

### چکیده

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌ها در سری‌های زمانی زمین‌لرزه، تعیین میزان همبستگی‌هایی است که بین زمین‌لرزه‌ها در یک منطقه خاص وجود دارد. این مقاله به برآورد همبستگی‌ها در سری‌های زمانی مستخرج از داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا<sup>۱</sup>، که طی سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۶ رخ داده‌اند، می‌پردازد. داده‌ها از USGS<sup>۲</sup> جمع‌آوری شده‌اند. میزان همبستگی‌ها یا حافظه دوربرد<sup>۳</sup> سری زمانی، توسط پارامتر هرست وابسته به زمان<sup>۴</sup>،  $H(t)$ ، و به صورت موضعی، اندازه‌گیری می‌شود. پارامتر هرست را به کمک الگوریتم میانگین متحرک روندزدا<sup>۵</sup> یا به اختصار DMA، برآورد می‌کنیم. دلیل استفاده از این روش برآورد، توجه به ساختار مقیاس پایایی<sup>۶</sup> زمین‌لرزه‌ها و همچنین نوسانات پارامتر هرست نسبت به زمان است. جهت ارزیابی دقت این روش، ابتدا پارامتر هرست را در داده‌های شبیه‌سازی شده برآورد می‌کنیم و میانگین مربعات خطا<sup>۷</sup> را، به‌عنوان ملاکی از دقت روش، به دست می‌آوریم. سپس  $H(t)$  را جهت تعیین میزان تغییرات و همبستگی بین زمین‌لرزه‌های متوالی، در داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا، محاسبه می‌کنیم. در مواجهه با داده‌های زمین‌لرزه، مشاهده می‌کنیم که پارامتر هرست، دارای تغییرات قابل توجهی نسبت به زمان است در صورتی که در داده‌های شبیه‌سازی شده، این میزان تغییرات دیده نمی‌شود. از مزایای روش DMA، این است که در این روش به هیچ‌گونه فرض توزیعی از متغیرهای تصادفی، نیاز نداریم. به‌علاوه، این روش، برتری قابل توجهی نسبت به روش‌های موجک<sup>۸</sup> و طیف توان با مرتبه بالا دارد که بر اساس تبدیل لژاندر یا فوریه از گشتاورهای مرتبه  $q$  محاسبه می‌شوند. با به‌کارگیری این روش برآورد در داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا، ملاحظه می‌شود که مقدار  $H(t)$  بین ۰/۴ و ۰/۶ نوسان می‌کند. در مواردی که مقدار پارامتر از ۰/۵ بیشتر است، نشان‌دهنده وجود همبستگی دوربرد به مقدار کم است و مقادیر پارامتر هرست کمتر از ۰/۵ بیانگر عدم همبستگی بین مشاهدات متوالی است.

**واژگان کلیدی:** برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان، روش میانگین متحرک روندزدا، داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا.

## برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان در بزرگی زمین‌لرزه‌های کالیفرنیا

یاسمن ملکی یورتچی (نویسنده مسئول)

استادیار گروه آمار دانشگاه الزهراء، تهران، y.maleki@alzahra.ac.ir

مصطفی علامه‌زاده

استادیار پژوهشگاه زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران

### ۱- مقدمه

ویژگی مقیاس پایایی (یا خود مشابهی) باشد، آنگاه پارامتر  $D$  به پارامتر هرست  $H$ ، از طریق رابطه  $D = 2 - H$  مرتبط می‌شود. بنابراین پارامتر هرست، ملاکی در اندازه‌گیری میزان حافظه دوربرد در سری‌های زمانی است. همچنین به‌وسیله این پارامتر می‌توان همبسته یا تصادفی بودن داده‌ها را مشخص نمود.

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌ها در سری‌های زمانی، ویژگی همبستگی طولانی‌مدت است که گاهی تحت عنوان حافظه دوربرد نیز شناخته می‌شود. در چنین حالتی تابع اتوکواریانس فرم نمایی دارد. همبستگی‌های طولانی‌مدت، توسط پارامتر مقیاس  $D$  اندازه‌گیری می‌شوند، و اگر یک سری زمانی، دارای

نیز گفته می‌شود [۸]. تحلیل چند فرکتالی فرایندهای تصادفی، مستلزم به کارگیری طیف لژاندر<sup>۱۱</sup> است. محاسبه این طیف، شامل محاسبه گشتاورهای نمونه‌ای با مراتب بالا و مقادیر منفی گشتاورهاست. معمولاً به خاطر خوش‌رفتار نبودن گشتاورهای با مراتب بالا<sup>۱۲</sup>، رفتار نامنظم گشتاورها با مقادیر منفی، و تعبیر و تفسیر مشکل طیف لژاندر، از به کارگیری این روش در تحلیل فرایندهای چند فرکتالی اجتناب می‌شود [۱۴]. بنابراین استفاده از یک روش محاسبه دقیق و درعین حال ساده برای تحلیل فرایندهای چند فرکتالی، ضروری است.

با توجه به ویژگی چند فرکتالی زمین‌لرزه‌ها، در این مقاله روش DMA را در برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان به کار می‌گیریم. محاسبه پارامتر  $H(t)$  در این فرایندها، به منظور اندازه‌گیری میزان تغییرات لحظه‌ای در زمین‌لرزه‌های متوالی است. به کمک این روش، تغییرات زمین‌لرزه‌ها را می‌توان در هر زمان به صورت دقیق اندازه‌گیری کرد. ابتدا این تکنیک را برای داده‌های شبیه‌سازی شده تک‌فرکتالی و سپس برای داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا به کار می‌بریم و مشاهده می‌کنیم که در داده‌های زمین‌لرزه، مقیاس به زمان وابسته است و پارامتر هرست نسبت به زمان  $t$  دائماً در حال تغییر می‌باشد. وابسته به زمان بودن پارامتر هرست در این فرایندها، نشان‌دهنده‌ی ویژگی چند فرکتالی فرایند است. در این راستا، میزان نوسانات زمین‌لرزه‌های به وقوع پیوسته در ایالت کالیفرنیا آمریکا را، به کمک تعیین مقدار پارامتر هرست، طی سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۶ بررسی می‌کنیم. داده‌ها از USGS جمع‌آوری شده‌اند که زمین‌لرزه‌های منطقه کالیفرنیا از سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۶ را نمایش می‌دهد. تعداد کل زمین‌لرزه‌ها برای بزرگی بیش از ۳ ریشتر، ۳۸۸۵ و برای بزرگی بیش از ۴ ریشتر، ۴۸۲ زمین‌لرزه بوده است. اولین زمین‌لرزه در تاریخ ۲۰۰۲/۱۰/۱ و آخرین زمین‌لرزه در تاریخ ۲۰۱۶/۷/۱۱ رخ داده است.

در این مقاله ابتدا در بخش ۲ مرور مختصری بر روش میانگین متحرک روندزدا در برآورد پارامتر هرست وابسته به

زمین‌لرزه به‌عنوان یک رخداد طبیعی پیچیده، از جهت ویژگی‌های زمانی و مکانی، مورد مطالعه گسترده قرار گرفته و نتایج با ارزشی از جنبه‌های مختلف آن به دست آمده است [۱-۵]. از جمله این که چنین داده‌هایی دارای ویژگی مقیاس پایایی (یا خود مشابهی) هستند. بنابراین یکی از موضوعات مورد بحث در مطالعه داده‌های زمین‌لرزه، تعیین میزان همبستگی‌ها و نیز حافظه دوربرد است که بین زمین‌لرزه‌ها در یک منطقه خاص وجود دارد. در این راستا، پارامترهای متعددی جهت تعیین میزان همبستگی در این نوع فرایندها معرفی شده‌اند که متداول‌ترین آنها پارامتر هرست است و نخستین بار توسط هارولد ادوین هرست در مدل‌بندی نوسانات سطح آب رودخانه نیل در سال ۱۹۵۱ معرفی شد [۶]. به دلیل اهمیت پارامتر هرست، تا کنون روش‌های متعددی جهت برآورد این پارامتر، در مقالات ارائه شده‌اند.

به دلیل اهمیت این پارامتر در تعیین تغییرات و میزان همبستگی بین زمین‌لرزه‌های پایایی در یک ناحیه، و همچنین اطلاعات مهمی که این پارامتر از خواص فرکتالی<sup>۹</sup> زمین‌لرزه‌ها در چارچوب هندسه فرکتالی ارائه می‌دهد، در سال‌های اخیر، روش‌های مختلفی جهت برآورد پارامتر  $H$  در زمین‌لرزه‌ها ارائه شده که از جمله آنها می‌توان به روش‌های  $R/S$ ،  $DFA$ ،  $DMA$  و موجک استاندارد و... اشاره کرد [۷-۱۳].

علیرغم اهمیت پارامتر هرست در اندازه‌گیری میزان تغییرات فرایندهای تصادفی از جمله زمین‌لرزه‌ها، تعیین یک مقدار ثابت برای این پارامتر، نمی‌تواند تغییرات فرایند را در تمام زمان‌های  $t$ ، به خوبی نشان دهد. مثلاً ممکن است در چندین فرایند تصادفی با ویژگی حافظه دوربرد، مقدار پارامتر هرست یکسان باشد، در صورتی که این فرایندها از جهت میزان نوسانات با یکدیگر متفاوت باشند [۱]. بنابراین واضح است که تعیین یک مقدار ثابت  $H$  برای کل فرایند، نمی‌تواند اطلاعات درستی از میزان نوسانات فرایند، در تمام زمان‌ها به صورت دقیق ارائه دهد. همچنین در بسیاری از فرایندها، رفتار فرکتالی با گذر زمان، تغییر می‌کند. به چنین فرایندهایی، فرایندهای تصادفی چند فرکتالی<sup>۱۰</sup>

(یا حافظه دوربرد) است. همچنین حالت  $H = 0.5$ ، متناظر با فرایند حرکت براونی (ناهمبسته) می‌باشد.

در الگوریتم DMA، مقدار پارامتر هرست، به صورت فرا موضعی و بدون وابستگی لحظه‌ای به زمان  $t$  محاسبه شد که برای کل فرایند، مقدار ثابتی است. اما همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، در مواجهه با داده‌های واقعی، معمولاً پارامتر هرست، ثابت نیست و به صورت تابعی از زمان، تغییر می‌کند. علاوه بر این، به دلیل خاصیت خود مشابهی داده‌های زمین‌لرزه، بهتر و دقیق‌تر خواهد بود که برآورد پارامتر هرست، به صورت موضعی انجام شود. در این حالت، پارامتر  $H$  تابعی از زمان  $t$  خواهد بود. در این راستا، روش DMA را برای برآورد پارامتر  $H(t)$  در داده‌های زمین‌لرزه، به کار می‌بریم. به این منظور لازم است که ابتدا فرایند  $C(t)$  را به صورت تعداد زمین‌لرزه‌ها در بازه  $[0, t]$  در نظر بگیریم. بنابراین برای هر بازه به طول  $\tau$ ، دنباله رخدادهای زمین‌لرزه:

$$Y = \{Y_n(\tau), \tau > 0, n = 1, 2, 3, \dots\} \quad (2)$$

به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Y = Y_n(\tau) = C(n\tau) - C((n-1)\tau), \quad (3)$$

که  $Y_n(\tau)$ ، نشان‌دهنده‌ی تعداد زمین‌لرزه‌های رخ داده در  $n$  امین بازه زمانی به طول  $\tau$  می‌باشد. دنباله  $Y_n$  برای هر  $\tau > 0$  قابل تعریف است. روش DMA در برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان،  $H(t)$ ، نیز مبتنی بر محاسبه انحراف استاندارد حول میانگین متحرک [۱۱-۱۳]، به صورت زیر است:

$$\sigma_{DMA}(t) = \sqrt{\frac{1}{T-t} \sum_{j=t}^T (Y_j - \overline{Y}_{j,[T]})^2}, \quad (4)$$

که در آن  $T$  طول سری زمانی، و  $[t]$  جز صحیح  $t$  است. همچنین  $\overline{Y}_{j,[T]} = \frac{1}{[t]} \sum_{k=0}^{[t]-1} Y_{j-k}$ ، میانگین متحرک با پنجره زمانی  $[t]$  می‌باشد. تابع  $\sigma_{DMA}(t)$  را به ازای مقادیر مختلف پنجره متحرک  $[t]$  روی بازه  $[t, T]$  محاسبه می‌کنیم. با تکرار این محاسبه به ازای مقادیر مختلف  $t$ ، رابطه زیر بین تابع نوسانی  $\sigma_{DMA}(t)$  و پارامتر هرست برقرار می‌باشد [۱۴-۱۵]:

زمان خواهیم داشت. سپس در بخش ۳ به بررسی دقت روش برآورد، در داده‌های شبیه‌سازی شده می‌پردازیم. نهایتاً در بخش ۴، کاربرد روش DMA در داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا طی سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۶ ارائه خواهد شد و نتایج مورد تحلیل قرار خواهند گرفت.

## ۲- روش میانگین متحرک روندزدا در برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان

همان‌طور که در بخش قبلی اشاره شد، هدف این مقاله، برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان در داده‌های زمین‌لرزه، به کمک روش میانگین متحرک روندزدا یا به اختصار، DMA می‌باشد. در ابتدا به شرح مختصری از الگوریتم DMA، در برآورد پارامتر ثابت  $H$  می‌پردازیم [۱۵-۱۸]. سپس این الگو را جهت برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان، در داده‌های زمین‌لرزه به کار می‌گیریم. روش برآورد پارامتر  $H$ ، مبتنی بر محاسبه انحراف استاندارد حول میانگین متحرک، به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma_{DMA} = \sqrt{\frac{1}{N_{Max}-n} \sum_{t=n}^{N_{Max}} (y(t) - \overline{y}_n(t))^2} \quad (1)$$

که  $\overline{y}_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} y(t-k)$ ، میانگین متحرک فرایند تصادفی  $y(t)$ ، با پنجره به طول  $n$  است. با توجه به این که مقدار میانگین  $\overline{y}_n(t)$  در طول سری زمانی و با افزایش زمان  $t$  در حال تغییر است، این مقدار را میانگین متحرک گویند. مقدار  $\overline{y}_n(t)$ ، میانگین  $n$  مشاهده قبلی تا مشاهده  $y(t)$  است. در روش DMA، تابع  $\sigma_{DMA}$  به ازای مقادیر مختلف طول پنجره میانگین متحرک،  $n$ ، روی بازه  $[n, N_{Max}]$  محاسبه می‌شود، که  $N_{Max}$ ، برابر با طول سری زمانی است. سپس مقادیر مختلف  $\sigma_{DMA}$  متناظر با  $\overline{y}_n(t)$  به عنوان تابعی از  $n$ ، در یک نمودار  $\log - \log$  رسم می‌شود. تابع  $\sigma_{DMA} \propto n^H$  دارای وابستگی توانی به  $n$ ، به صورت  $\log(\sigma_{DMA})$  در مقابل  $\log(n)$ ، مقدار  $H$  می‌باشد. با رسم نمودار  $\log(\sigma_{DMA})$  در مقابل  $\log(n)$ ، مقدار  $H$  به صورت شیب خط رسم شده، قابل محاسبه است.

حالت‌هایی که  $0 < H < 0.5$  و  $0.5 < H < 1$  باشند، به ترتیب متناظر با همبستگی منفی (یا عدم ماندگاری) و همبستگی مثبت

دست می‌آید. به صورت کلی، الگوریتم DMA در مقایسه با DFA از سرعت و دقت بالاتری برخوردار است که این برتری، به دلیل کارایی محاسبه میانگین متحرک نسبت به فیلتر چندجمله‌ای می‌باشد [۲۴].

### ۳- شبیه‌سازی

اکنون، برای بررسی دقت روش DMA در تشخیص خاصیت چندفرکتالی فرایندهای تصادفی، به برآورد پارامتر هرست به صورت موضعی و در نتیجه تعیین میزان همبستگی موضعی فرایند، در داده‌های شبیه‌سازی شده می‌پردازیم. در این روش، پارامتر هرست را در زیر بازه‌هایی از سری زمانی که دارای همپوشانی هستند، برآورد می‌کنیم. به این ترتیب که در سری زمانی، یک پنجره متحرک  $W_s$  به طول  $N_s$  در نظر می‌گیریم که این پنجره با افزایش  $t$ ، روبه جلو حرکت می‌کند. سپس، الگوریتم DMA را روی نقاط مشترک سری زمانی و پنجره متحرک  $W_s$  به کار می‌بریم. این پنجره متحرک، در طول سری زمانی با جهش‌هایی به طول  $\delta_s$  حرکت می‌کند. در این حالت، پارامتر هرست را برای هر زیر بازه، بر طبق الگوریتم محاسبه می‌کنیم. به این ترتیب که به ازای هر زیر بازه، یک پارامتر  $H(t)$  به دست می‌آوریم. از آنجا که این پنجره متحرک در طول سری زمانی حرکت می‌کند، بنابراین دنباله‌ای از پارامترهای هرست به دست می‌آوریم. طول دنباله  $H(t)$  می‌تواند بین ۱ (در حالتی که فقط یک زیر بازه در کل سری زمانی داشته باشیم که شامل کل سری باشد)، تا  $N_{Max} - N_s$  (در حالتی که پنجره متحرک  $W_s$  نقطه به نقطه در طول سری زمانی با جهش‌هایی به طول  $\delta_s^{Min} = 1$  حرکت می‌کند) تغییر کند. کمترین مقدار  $N_s^{Min}$  در هر زیر بازه، با شرط برقراری  $\sigma_{DMA} \propto n^H$  در زیر بازه‌ها تعیین می‌شود. معمولاً مقدار  $N_s^{Min}$  بین ۲۰۰۰ تا ۳۰۰۰ در نظر گرفته می‌شود. ماکزیمم دقت این روش به ازای  $N_s^{Min}$  و  $\delta_s^{Min}$  به دست می‌آید [۱۹-۲۲].

برای ارزیابی دقت برآورد به روش DMA، لازم است که پارامتر  $H(t)$  را برای فرایندهای تصادفی شبیه‌سازی شده با پارامتر  $H$  برآورد کنیم. به این منظور، ابتدا تعداد ۴۰۰۰ داده شبیه‌سازی شده

$$\sigma_{DMA}(t) \propto t^{H(t)} \quad (5)$$

با رسم نمودار  $\log(\sigma_{DMA}(t))$  در مقابل  $\log(t)$ ، مقدار پارامتر هرست وابسته به زمان،  $H(t)$ ، برابر با شیب خط رسم شده به دست می‌آید. اندازه این پارامتر، بیان‌گر میزان همبستگی فرایند در زمان‌های  $t$  است. به ازای مقادیر  $H(t)$  بزرگ‌تر از ۰/۵، فرایند دارای حافظه دوربرد و برای مقادیر کمتر از ۰/۵ فرایند، ناهمبسته است. همچنین اگر مقدار پارامتر برابر با ۰/۵ باشد، فرایند ناهمبسته (حرکت براونی) است.

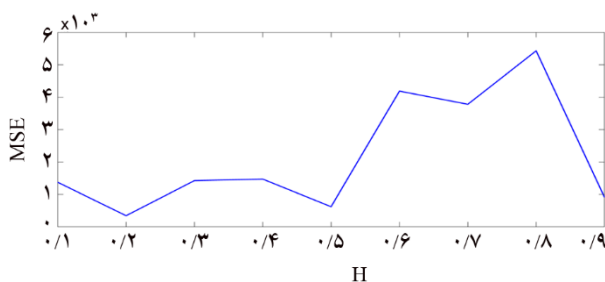
یکی از ویژگی‌های مهم پارامتر هرست وابسته به زمان، این است که برای فرایند تصادفی دارای حافظه دوربرد، تابع  $H(t)$ ، یک منحنی، وابسته به زمان با متوسط  $H$  است. در فرایندهای تک‌فرکتالی، با رسم نمودار  $\log(\sigma_{DMA}(t))$  در مقابل  $\log(t)$ ، شاهد یک خط راست مجانبی با شیب  $H$  هستیم.

روش DMA دارای برتری‌هایی نسبت به سایر روش‌های برآورد، از جمله روش تحلیل نوسانی روندزدا<sup>۱۳</sup> یا به اختصار DFA است که به صورت گسترده در برآورد پارامتر  $H$  به کار برده می‌شود. بر اساس روش DFA، در ابتدا سری زمانی  $y(t)$  به سری‌های زمانی با طول برابر  $n$  تقسیم‌بندی می‌شود. سپس چندجمله‌ای‌های  $y_{pol}(t)$  به هریک از سری‌ها برازش داده می‌شود. در ادامه، تابع:

$$\sigma_{DFA} = \sqrt{\frac{1}{N_{Max}} \sum_{t=1}^{N_{Max}} (y(t) - y_{pol}(t))^2} \quad (6)$$

که نشان‌دهنده واریانس در برازش چندجمله‌ای است، به ازای  $n$  های مختلف، محاسبه می‌شود. در این حالت، رابطه  $\sigma_{DMA}(n) \propto n^H$  برای سری‌های زمانی با حافظه دوربرد، برقرار است [۲۱-۲۳]. تفاوت دو روش DMA و DFA، در محاسبه مقدار متوسطی است که واریانس حول آن محاسبه می‌شود. در روش DMA، مقدار متوسط به کمک میانگین متحرک محاسبه می‌شود، حال آن‌که در روش DFA، این مقدار با استفاده از برازش چندجمله‌ای‌ها به قسمت‌های مختلف سری زمانی به

به دست می‌آید. در اینجا، به منظور محاسبه MSE و در نتیجه بررسی دقت روش DMA، تعداد ۴۰۰۰ داده شبیه‌سازی شده از حرکت براونی کسری با  $0.1 < H < 0.9$  تولید کردیم. با تکرار ۵۰ بار الگوریتم، مقدار MSE را به‌ازای مقادیر مختلف H محاسبه کردیم. نتایج در جدول (۱) و شکل (۲) نمایش داده شده‌اند. واضح است که، مقادیر کوچک MSE (خطا در سطح ده‌هزارم)، دقت بالای روش DMA را در برآورد پارامتر  $H(t)$  تأیید می‌کند.

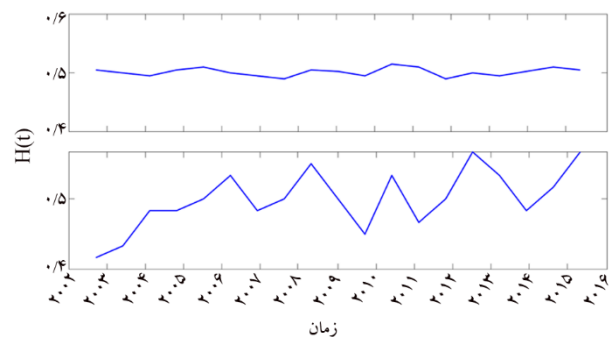


شکل (۲): میانگین مربعات خطای روش DMA، با ۵۰ تکرار، در برآورد پارامتر هرست در ۴۰۰۰ داده شبیه‌سازی شده از حرکت براونی کسری با مقادیر مختلف H.

#### ۴- برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان در داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا با استفاده از الگوریتم DMA

با توجه به ساختار فرکتالی داده‌های زمین‌لرزه و این نکته که معمولاً با گذشت زمان، رفتار فرکتالی فرایند تغییر می‌کند، به برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان، به کمک روش DMA، در مشاهدات زمین‌لرزه می‌پردازیم. بدین منظور، فعالیت‌های لرزه‌ای پویا در منطقه کالیفرنیا آمریکا طی سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۶ را مورد بررسی قرار دادیم. شکل (۳)، موقعیت، و شکل (۴) بزرگی زمین‌لرزه‌ها را در مقیاس ریشتر نمایش می‌دهد. همچنین در شکل (۵)، نمودار لگاریتم تعداد زمین‌لرزه‌ها در مقابل بزرگی آنها مشخص شده است. اطلاعات تعداد و بزرگی زمین‌لرزه‌ها به‌صورت جزئی‌تر در جدول (۲) نیز آمده است. الگوریتم DMA را بر روی داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا با بزرگی ۳ ریشتر و بالاتر به کار می‌بریم و پارامتر  $H(t)$  را برآورد می‌کنیم. نتایج برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان در شکل (۱-پایین) نشان داده شده است.

از فرایند حرکت براونی کسری<sup>۱۴</sup> با پارامتر هرست ۰/۵ تولید می‌کنیم. در به‌کارگیری این الگوریتم، اندازه زیر بازه‌ها را برابر با  $N_s = 2000$  و مقدار جهش‌ها را برابر  $\delta_s = 100$  در نظر می‌گیریم. همچنین، پارامتر  $n$  نیز بین ۱۰ تا ۱۰۰۰ با جهش ۲ واحدی، تغییر می‌کند. شکل (۱-بالا)، برآورد پارامتر  $H(t)$  را برای داده‌های شبیه‌سازی شده با مقدار متوسط  $H = 0.5$  نشان می‌دهد. در این شکل، طول سری زمانی برابر  $N_{Max} = 4000$  و اندازه زیر بازه‌ها برابر با  $N_s = 2000$  و همچنین اندازه جهش‌ها برابر  $\delta_s = 100$  می‌باشد.

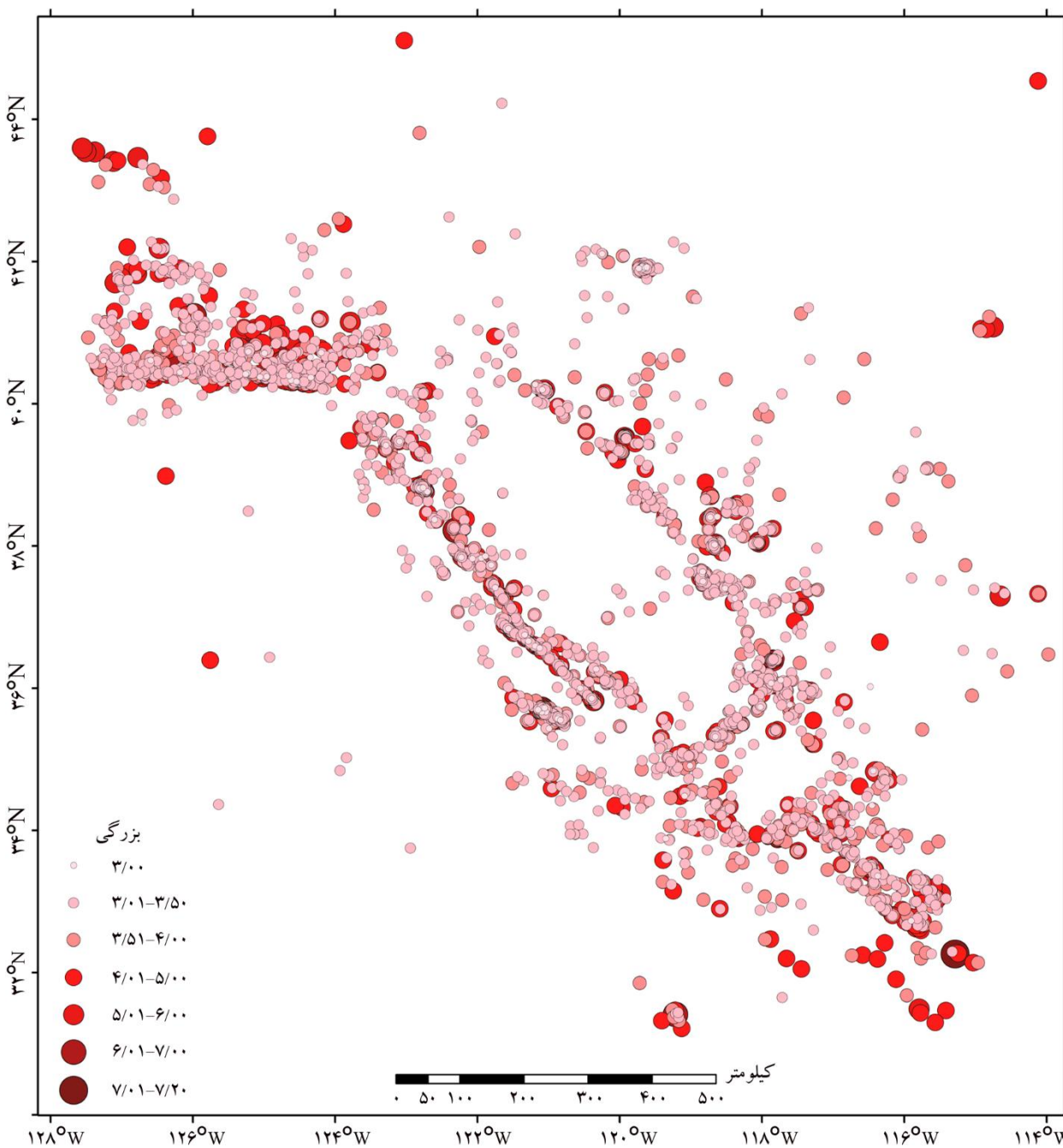


شکل (۱): (بالا) برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان در داده‌های شبیه‌سازی شده از فرایند تصادفی حرکت براونی کسری با متوسط  $H = 0.5$  (پایین) برآورد پارامتر هرست وابسته به زمان در داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا با بزرگی ۳ ریشتر و بالاتر طی سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۶.

پیش از به‌کارگیری روش DMA جهت برآورد پارامتر  $H(t)$  در داده‌های زمین‌لرزه، لازم است که دقت برآورد با این روش را از طریق محاسبه میانگین توان دوم خطا (MSE) بسنجیم. به این منظور، الگوریتم DMA را با تعداد تکرار زیاد بر روی داده‌های شبیه‌سازی شده اجرا می‌کنیم و در هر تکرار، توان دوم خطای برآورد را محاسبه می‌کنیم. در این حالت، مقدار MSE، برابر با میانگین توان دوم خطاها در تکرار الگوریتم به دست می‌آید. روش محاسبه، به‌این ترتیب است که ابتدا از فرایند حرکت براونی کسری، به‌ازای مقادیر مختلف H داده‌های شبیه‌سازی شده تولید می‌کنیم. سپس با استفاده از روش DMA، مقدار پارامتر  $H(t)$  را در هر زمان برآورد می‌کنیم. مقدار MSE به‌ازای هر H، به‌صورت میانگین مربعات خطای مقدار واقعی H و مقدار برآورد شده  $H(t)$

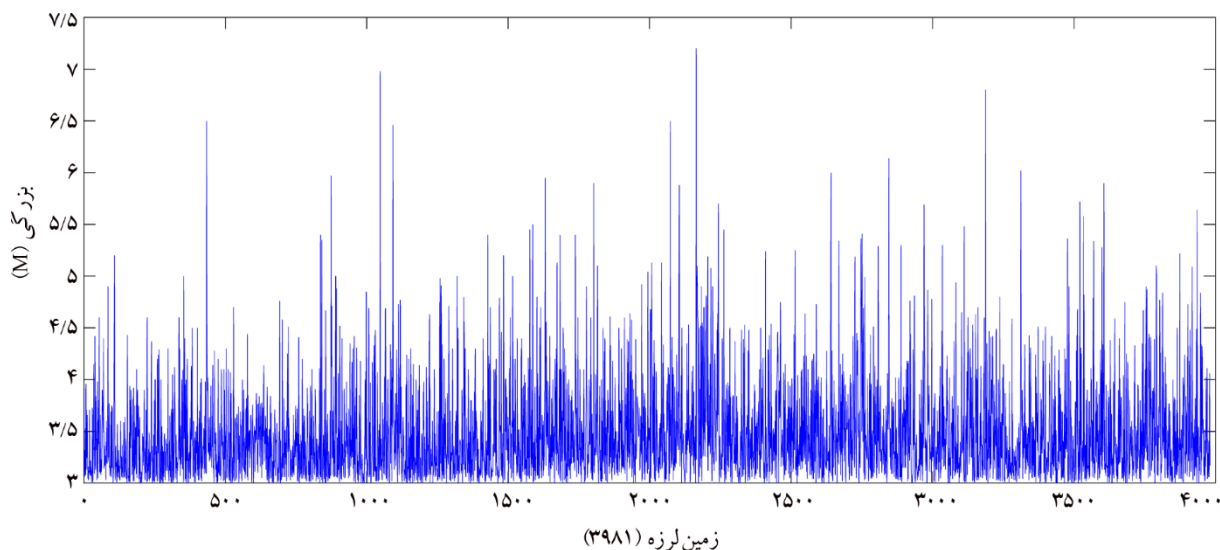
جدول (۱): مقادیر میانگین توان دوم خطای برآورد پارامتر هرست در ۴۰۰۰ داده شبیه‌سازی شده از حرکت براونی کسری به‌ازای مقادیر مختلف H در ۵۰ بار تکرار الگوریتم DMA.

H	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
MSE	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۵	۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۴۲	۰/۰۰۳۸	۰/۰۰۵۴	۰/۰۰۰۹



شکل (۳): موقعیت زمین‌لرزه‌های به‌وقوع پیوسته در کالیفرنیا طی سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۶.



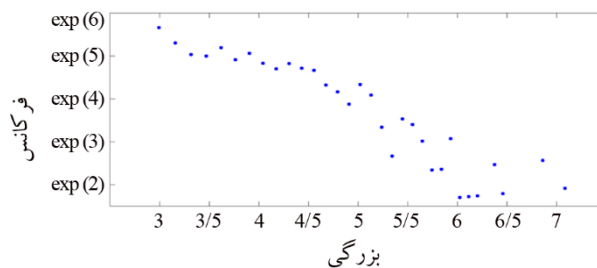


شکل (۴): سری زمانی داده‌های بزرگی زمین‌لرزه‌های کالیفرنیا در مقیاس ریشتر، طی سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۶.

جدول (۲): تعداد زمین‌لرزه‌ها در مقابل بزرگی آنها در مقیاس ریشتر.

$M > 6$	$M > 5.5$	$M > 5$	$M > 4.5$	$M > 4$	$M > 3.5$	$M > 3$	بزرگی در مقیاس ریشتر
۸	۲۰	۵۷	۱۶۰	۴۸۲	۱۳۶۲	۳۸۸۵	تعداد زمین‌لرزه‌ها

شبیه‌سازی شده را می‌توان به‌عنوان حدود دقت برآورد در این روش در نظر گرفت. جدول (۳)، میانگین و انحرافات استاندارد متوسط مقدار پارامتر مقیاس  $H(t)$  را برای داده‌های شبیه‌سازی شده حرکت براونی کسری با میانگین  $0.5$  و همچنین داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا نشان می‌دهد.



شکل (۵): لگاریتم تعداد در مقابل بزرگی زمین‌لرزه‌های کالیفرنیا طی سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۶.

جدول (۳): میانگین و انحرافات استاندارد متوسط مقدار پارامتر  $H(t)$  در داده‌های شبیه‌سازی شده حرکت براونی کسری و داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا برای بزرگی ۳ ریشتر و بالاتر.

انحراف استاندارد $H(t)$	میانگین $H(t)$	
$0.06$	$0.50$	داده‌های شبیه‌سازی شده حرکت براونی کسری
$0.15$	$0.475$	داده‌های زمین‌لرزه‌های کالیفرنیا

نتایج جدول (۳)، بیانگر این مطلب است که با وجود این‌که داده‌های واقعی و شبیه‌سازی شده، هر دو دارای میانگین یکسانی

با مقایسه شکل‌های (۱-بالا) و (۱-پایین)، ملاحظه می‌کنیم که در سری‌های زمانی شبیه‌سازی شده، پارامتر  $H(t)$  که بیان‌گر میزان همبستگی موضعی فرایند است، دارای تغییرات کمتری نسبت به داده‌های زمین‌لرزه است؛ به‌طوری‌که در داده‌های شبیه‌سازی شده، مشاهدات اطراف خط  $H = 0.5$  متمرکز هستند، درحالی‌که در داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا، مقدار  $H(t)$  بین  $0.4$  و  $0.6$  در نوسان است. نوسانات جزئی  $H(t)$  در سری زمانی

- 124-133.
2. Shadkhoo1, Sh., Ghanbarnejad, F., Jafari, Gh.R., Tabar, M.R.R. (2009) Scaling behavior of earthquakes' inter-events time series. *Cent. Eur. J. Phys.* 7(3), 620-623.
  3. Masci, F. and Thomas, J.N. (2013) Review Article: On the relation between the seismic activity and the Hurst exponent of the geomagnetic field at the time of the 2000 Izu swarm. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, **13**, 2189-2194.
  4. Shao, Y.H., Gu, G.F., Jiang, Z.Q., Zhou, W.X., Sornette, D. (2012) Comparing the performance of FA, DFA and DMA using different synthetic long-range correlated time series. *Scientific Reports* 2(835).
  5. Huang, Y., Johanse, A., Lee, M.W., Saleur, H., Sornett, D. (2000) Artfactual log-periodicity in finite size data Relevance for earthquake aftershocks. *J. Geophys. Res. Cond-mat/9911421*. **105**(10), 25451-25471.
  6. Hurst, H.E. (1951) Long term storage capacity of reservoirs. *Trans. Am. Soc. Civil Eng.*, **116**, 770-808.
  7. Zheng, Z., Yamasaki, K., Tenenbaum, J., Podobnik, B., Tamura, Y., Stanley, H.E. (2012) Scaling of seismic memory with earthquake size. *Phys. Rev. E.*, **86**. 011107.
  8. Ortiz, J.P., Aguilera, R.C., Balankin, A.S., Ortiz, M.P., Rodriguez, J.C.T., Mosqueda, M.A.A., Cruz, M.A.M., Yu, W. (2016) Seismic activity seen through evolution of the Hurst exponent model in 3D. *Fractals*, **24**(4), 1650045.
  9. Peng, C.K., Buldyrev, S.V., Goldberger, A.L., Havlin, S., Simons, M., Stanley, H.E. (1993) Finite-size effects on long-range correlations: Implications for analyzing DNA sequences. *Phys. Rev. E.*, **47**(5), 3730.
  10. Buldyrev, S.V., Goldberger, A.L., Havlin, S., Mantegna, R.N., Matsu, M.E., Peng, C.K., Simons, M., Stanley, H.E. (1993) Long-range correlation properties of coding and noncoding DNA sequences: GenBank analysis. *Phys. Rev. E.*, **51**(5), 5084-91.
  11. Taqqu, M.S., Teverovsky, V., Willinger, W. (1995)

هستند ولی پارامتر مقیاس  $H(t)$  در داده‌های واقعی، نوسانات بیشتری نسبت به داده‌های شبیه‌سازی شده دارد. [۲۳ و ۲۴]

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی روش میانگین متحرک روندزدا (DMA) در برآورد پارامتر مقیاس موضعی  $H(t)$  در داده‌های زمین‌لرزه پرداختیم و پارامتر هرست وابسته به زمان را ابتدا برای داده‌های شبیه‌سازی شده از حرکت براونی کسری و سپس برای مشاهدات مربوط به زمین‌لرزه‌های با بزرگی ۳ ریشتر و بالاتر در منطقه کالیفرنیا طی سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۶ برآورد کردیم. توانایی الگوریتم DMA در چنین تحلیل‌هایی مبتنی بر خواص مقیاسی موضعی  $\sigma_{DMA}$  است. الگوریتم DMA به ما این امکان را می‌دهد که پارامتر  $H(t)$  را بدون در نظر گرفتن هیچ‌گونه فرض اولیه روی فرایند تصادفی و تابع توزیع احتمال متغیرهای تصادفی فرایند، برآورد کنیم. در این روش، پارامتر هرست به صورت موضعی حول هر نقطه از زمان برآورد می‌شود. روش DMA در برآورد موضعی، دارای برتری‌هایی نسبت به روش‌های تبدیل موجک استاندارد و طیف توانی با مرتبه بالاست که به وسیله تبدیل لژاندر یا فوریه از گشتاورهای مرتبه بالا به دست می‌آید. این الگوریتم برآورد، کل فرآیند تصادفی را در نظر می‌گیرد. با استفاده از این روش که روشی پویا در برآورد پارامتر هرست است، میزان نوسانات پارامتر هرست را در مشاهدات زمین‌لرزه‌های کالیفرنیا به صورت دقیق بررسی کردیم. همچنین با این تکنیک، می‌توان خواص چند فرکتالی همبستگی دوبرد را که پیش از این به صورت فرا موضعی (به کمک تبدیل موجک و طیف توانی) انجام می‌شد، اکنون به صورت موضعی و در هر زمان  $t$  انجام داد.

## مراجع

1. Mart-Montoya, L.A., Aranda-Camacho, N.M., Quimbay, C.J. (2014) Long-range correlations and trends in Colombian seismic time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. **421**(C),



22. Chen, Z., Ivanov, P.CH., Hu, K., Stanley, H.E. (2002) Effect of nonstationarities on detrended fluctuation analysis. *Phys. Rev. E.*, **65**, 041107.
23. Hu, K., Chen, Z., Ivanov, P.CH., Carpena, P., Stanley, H.E. (2001) Effect on trends on detrended fluctuation analysis. *Phys. Rev. E.*, **64**, 011114.
24. Smith, S.W. (2003) *Digital filters, in Digital Signal Processing: A Practical Guide for Engineers and Scientist*. Elsevier Science, Burlington, MA, 261-343.

### واژه‌نامه

California Seismic Data	۱- داده‌های زمین‌لرزه کالیفرنیا
U.S. Geological Survey	۲- مرکز جمع‌آوری داده‌های آمریکا
Long-Memory	۳- حافظه دوربرد
Time-Dependent Hurst Parameter	۴- پارامتر هرست وابسته به زمان
Detrended Moving Average (DMA)	۵- میانگین متحرک روندزدا
Scale Invariance	۶- مقیاس پایایی
Mean-Square of Errors (MSE)	۷- میانگین مربعات خطا
Wavelet	۸- موجک
Fractal	۹- فرکتال
Multi-Fractal	۱۰- چندفرکتالی
Legendre Spectrum	۱۱- طیف لژاندر
Higher Order Sample Moments	۱۲- گشتاورهای نمونه‌ای از مرتبه بالا
Detrended Fluctuation Analysis (DFA)	۱۳- تحلیل نوسانی روندزدا
Fractional Brownian Motion	۱۴- حرکت براونی کسری

### فهرست علائم

$H(t)$	پارامتر هرست وابسته به زمان
$\tilde{y}_n(t)$	میانگین متحرک فرایند تصادفی $y(t)$
$\sigma_{DMA}$	انحراف استاندارد حول میانگین متحرک
$\sigma_{DFA}$	انحراف استاندارد حول چندجمله‌ای برازش داده‌شده

- Estimators for long-range dependence: an empirical study. *Fractals*, **3**(4), 785-798.
12. Ivanova, K., Ausloos, M. (1999) Application of the detrended fluctuation analysis (DFA) method for describing cloud breaking. *Physica A*, **274**(1), 349-354.
13. Stanley, H.E., Afanasyev, V., Amaral, L.A.N., Buldyrev, S.V., Goldberger, A.L., Havlin, S., Leschhorn, H., Maass, P., Mantegna, R.N., Peng, C.K., Prince, P.A., Salinger, M.A., Stanley, M.H.R., Viswanathan, G.M. (1996) Fluctuations in the dynamics of complex systems: from DNA and physiology to econophysics, *Physica A.*, **224**, 302-321.
14. Carbone, A., Castelli, G., Stanley, H.E., (2004) Time-dependent Hurst exponent in financial time series. *Physica A*, **344**, 267-271.
15. Alessio, E., Carbone, A., Castelli, G., Frappietro, V. (2002) Second-order moving average and scaling of stochastic time series, *Eur. Phys. J. B.*, **27**, 197-200.
16. Yue, J., Dong, K., Shang, P., (2010) Time-Dependent Hurst Exponent in Traffic Time Series. 2010 IEEE International Conference on Information Theory and Information Security.
17. Carbone, A., Castelli, G., Stanley, H.E. (2004) Analysis of clusters formed by the moving average of a long-range correlated time series. *Phys. Rev. E.*, **69**(2), 026105.
18. Carbone, A., Castelli, G. in: Schimanskey-Geier, L., Abbot, D., Neimann, A., Van, C., den Broeck (Eds.) (2003) Noise in Complex Systems and Stochastic Dynamics. *Proc. SPIE* 5114406.
19. Carbone, A. (2007) Algorithm to estimate the Hurst exponent of high-dimensional fractals. *Phys. Rev.*, **E76**, 056703.
20. Carbone, A., Detrending Moving Average Algorithm: a brief review (2009), *Science and Technology for Humanity (TIC-STH), IEEE Toronto International Conference*.
21. Peng, C.K., Buldyrev, S.V., Havlin, S., Simons, M., Stanley, H.E., Goldberger, A.L. (1994) Mosaic organization of DNA nucleotides. *Phys. Rev. E.*, **49**(2), 1685-9.