

نوع مقاله: پژوهشی

چکیده

در این تحقیق، یک روش نوآورانه برای شناسایی تعداد ترک‌های تنفسی بدون نیاز به اطلاعات سازه اولیه توسعه داده شده است. برای مدل‌سازی سازه‌های خسارت‌دیده در نرم‌افزار MATLAB، یک برنامه تحلیل دینامیکی غیرخطی با قابلیت مدل‌سازی ترک‌های دو خطی کد نویسی گردید. مدل‌سازی ترک‌های تنفسی با استفاده از روش نرمی و مفهوم خمیدگی اعضا انجام گرفت و به منظور تعیین حالت باز یا بسته بودن ترک در هر لحظه ارتعاش، شاخصی بر اساس خمیدگی لحظه‌ای هر عضو تعریف شد. به دلیل باز و بسته شدن ترک‌ها، فرکانس قاب به‌طور مداوم در طول زمان ارتعاش تغییر می‌کند اگر فقط یک ترک در سازه وجود داشته باشد، دو مقدار فرکانس در طول ارتعاش به دست می‌آید. واضح است که یک فرکانس مربوط به زمانی است که ترک باز و فرکانس دیگر مربوط به زمانی است که ترک بسته است. با افزایش تعداد ترک‌ها، تعداد باندهای فرکانسی ارتعاش نیز به‌صورت غیرخطی افزایش می‌یابد. در این تحقیق از این ویژگی برای تعیین تعداد نقاط آسیب‌دیده در سازه استفاده شده است. با رسم فرکانس‌های مرتب شده ارتعاش، نقاط با فرکانس‌های یکسان در یک خط مشخص قرار می‌گیرند و یک پله فرکانسی را تشکیل می‌دهند. بین تعداد پله‌های فرکانس و تعداد نقاط ترک‌خورده رابطه معنی‌داری وجود دارد. با استفاده از سناریوهای مختلف ترک‌خوردگی در ساختمان‌های یک، دو و پنج طبقه، رابطه‌ی بین تعداد پله‌های فرکانس و تعداد ترک‌ها به دست آمد. اثر شدت و توزیع ترک‌خوردگی در سه حالت مختلف مورد بررسی قرار گرفت. حالت اول شامل ۲۰ سناریوی مختلف ترک‌خوردگی با ترک‌هایی به عمق ۰/۱ ارتفاع مقطع و توزیع تصادفی، حالت دوم ۲۰ سناریوی مختلف ترک‌خوردگی با ترک‌هایی به عمق ۰/۳ ارتفاع مقطع و با توزیع تصادفی و حالت سوم ۲۰ سناریوی مختلف ترک‌خوردگی با ترک‌هایی با عمق و توزیع تصادفی در نظر گرفته شدند. میانگین و انحراف استاندارد تعداد پله‌های فرکانسی به دست آمد. این مطالعه نشان می‌دهد که تغییرات تعداد پله‌های فرکانسی برحسب تعداد ترک در سازه‌های مختلف مشابه است.

واژگان کلیدی: پایش سلامت سازه‌ها، مدل‌سازی ترک، شناسایی ترک تنفسی، روش‌های به‌روزرسانی.

شناسایی تعداد ترک با رفتار دو خطی در سازه‌های قابی

پیمان داوری دولت‌آبادی

دانشجوی دکتری مهندسی سازه، گروه مهندسی عمران،
واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

کارن خانلری (نویسنده مسئول)

استادیار، گروه مهندسی عمران، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد
اسلامی، تهران، ایران، karen.khanlari@gmail.com

محسن غفوری آشتیانی

استاد، پژوهشکده مهندسی سازه، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و
مهندسی زلزله، تهران، ایران

محمود حسینی

دانشیار، پژوهشکده مهندسی سازه، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و
مهندسی زلزله، تهران، ایران

۱- مقدمه

رخداد خسارت و همچنین در خسارت‌های با شدت کم ایجاد شده و به‌راحتی قابل شناسایی نیستند. از آنجایی که انجام مطالعه آزمایشگاهی ترک بسیار گران است، پژوهش در این حوزه بیشتر معطوف به تحلیل‌های عددی سازه‌های ساده‌ای چون تیر برنولی

ترک‌ها به دو دسته کلی، ترک باز (با رفتار خطی) و ترک باز و بسته شونده (با رفتار دو خطی) تقسیم می‌شوند. ترک‌های باز در خسارت‌های شدید رخ می‌دهند و بسیاری از آنها با بررسی‌های چشمی شناسایی می‌شوند. در مقابل ترک‌های تنفسی در شروع

ترک بسته باشد. با افزایش تعداد ترک‌ها به دلیل حالت‌های متنوعی که وضعیت ترک‌ها نسبت به یکدیگر پیدا می‌کنند، مقادیر فرکانس تنوع بیشتری می‌یابد. این تنوع به تعداد ترک‌ها و نحوه توزیع آنها وابسته است. برای بررسی این موضوع فرکانس لحظه‌ای ارتعاش قاب‌های مطالعه شده توسط لیب و همکاران [۱۲-۱۳] با در نظر گرفتن سناریوهای مختلف خرابی محاسبه و پس از مرتب‌سازی ترسیم شده‌اند. فرکانس‌ها در نمودارهای ترسیم شده در ترازهای خاصی متمرکز می‌شوند به طوری که تشکیل یک تابع پله‌ای می‌دهند. مشاهدات نشان می‌دهند که ارتباط معنی‌داری بین تعداد پله‌ها و تعداد ترک‌های موجود در سازه وجود دارد. هرچه تعداد ترک‌ها بیشتر باشند، تعداد پله‌ها نیز بیشترند اما این رابطه خطی نبوده و به صورت نمایی می‌باشد. برخی از عوامل مانند نیروی محوری که با ایجاد سختی هندسی لحظه‌ای، سختی المان‌ها را در هر لحظه از ارتعاش عوض می‌کنند می‌توانند بر تعداد این پله‌ها تأثیرگذار باشند. بررسی اثر این عوامل می‌تواند موضوع پژوهش‌های آتی باشد. به منظور بررسی تأثیر شدت ترک و چیدمان‌های مختلف ترک خوردگی در ایجاد پله‌های فرکانسی هر سناریوی خرابی در سه حالت مختلف در نظر گرفته شده است، حالت اول، بیست چیدمان مختلف با ترک‌های با عمق $0/1$ عمق مقطع و با توزیع تصادفی بین اعضا، حالت دوم، بیست چیدمان مختلف با ترک‌های با عمق $0/3$ عمق مقطع و با توزیع تصادفی بین اعضا و حالت سوم، بیست چیدمان مختلف که در آنها محل و عمق ترک و نیز توزیع ترک‌ها تصادفی در نظر گرفته شده است. تعداد پله‌های فرکانسی در هر حالت محاسبه و میانگین این پله‌ها برای بیست توزیع یاد شده، به دست آمده است. نتایج این میانگین‌گیری و ضرایب اوریب مربوطه محاسبه و در جدولی نشان داده شده‌اند.

۲- مدل‌سازی

در شکل (۱) نحوه تغییرات سختی در ناحیه ترک خوردگی مشخص شده است.

می‌شود [۱-۲۰]. سهم ترک تنفسی از کل پژوهش‌های انجام شده بر روی انواع ترک‌ها مقدار اندکی است. این مسئله شاید به دلیل حساسیت اندک فرکانس سازه نسبت به ترک خوردگی‌های خفیف و نیز حساسیت زیاد آن نسبت به عوامل بیرونی چون دمای محیط، عناصر غیر سازه‌ای و نظایر آن باشد که می‌تواند تأثیر ترک خوردگی را مخفی نماید. با این وجود تحقیقات انجام شده بر روی این نوع ترک کم نیست [۲، ۹، ۲۱-۲۳]. اولین چالش در مطالعه رفتار سازه ترک‌خورده انتخاب مدلی است که بتواند رفتار واقعی سازه را به درستی شبیه‌سازی کند. مهم‌ترین گام در تحلیل یک سازه با ترک تنفسی، تعیین وضعیت لحظه‌ای ترک می‌باشد. باز و بسته شدن ترک در کسری از ثانیه تحلیل سازه را کاملاً غیرخطی کرده و هزینه‌های محاسباتی را افزایش می‌دهد. فریزویل و پنی [۲۴] برای اولین بار از مفهوم انحناى عضو در تعیین وضعیت ترک در هر لحظه از ارتعاش استفاده نمودند. آنها با فرض اینکه وضعیت ترک در انحناى مثبت و منفی معکوس می‌شود ترک تنفسی را مدل کردند. یکی از اهداف مطالعه ترک در سازه‌ها یافتن مدل‌های مناسب برای شناسایی آنها می‌باشد. منظور از شناسایی ترک، پی بردن به وجود ترک و تعیین محل و شدت آن در سازه است. در برخی الگوریتم‌ها، عملیات شناسایی با فرض یک ترک آغاز شده و در یک حلقه سعی و خطایی تعداد ترک‌ها افزایش می‌یابد تا نهایتاً عملیات شناسایی همگرا شود [۲۵]. در چنین الگوریتم‌هایی تعداد نقاط ترک‌خورده به عنوان یک مجهول اولیه است که با تعیین آن می‌توان به اندازه قابل توجهی از زمان محاسبات مربوط به شناسایی کاست. در این مقاله روشی برای یافتن حداقل تعداد ترک با رفتار دو خطی در یک سازه قابی ارائه گردیده است. با توجه به تغییر سختی در اثر وقوع ترک خوردگی و با فرض دو خطی بودن رفتار این ترک‌ها فرکانس سازه در طول زمان ارتعاش مرتباً تغییر می‌کند. وقتی تنها یک ترک با رفتار دو خطی در سیستم وجود داشته باشد در طول ارتعاش دو مقدار برای فرکانس مشاهده می‌شود، واضح است که یکی از آنها مربوط به وقتی است که ترک باز و دیگری مربوط به زمانی است که

$$\begin{aligned}
 D = & \beta_n^6 \zeta_n^4 - 2\beta_n^3 \zeta_n^4 + \zeta_n^4 - 4\beta_n^6 \zeta_n^3 + 4\zeta_n^3 - \\
 & 12\eta_n \beta_n^6 \zeta_n^2 + 12\eta_n \zeta_n^2 + 6\beta_n^6 \zeta_n^2 - 6\zeta_n^2 - 12\eta_n^2 \beta_n^6 \zeta_n + \\
 & 12\eta_n^2 \zeta_n + 12\eta_n \beta_n^6 \zeta_n - 12\eta_n \zeta_n - 4\beta_n^6 \zeta_n + \\
 & 4\zeta_n + \beta_n^6 + 2\beta_n^3 + 1
 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\varphi_n = \frac{3(\beta_n + 1)(\beta_n^2 + 1)}{3(\beta_n^3 + \beta_n^2 + \beta_n + 1) + \zeta_n \beta_n + \zeta_n \beta_n^2 - 3\zeta_n \beta_n^3 + \zeta_n} \quad (4)$$

$$\varphi_{1n} = (2\beta_n^3 + \beta_n^6 - (\beta_n^6 - 1)\zeta_n + 1) / D \quad (5)$$

$$\varphi_{2n} = (\zeta_n (2\eta_n - 2\eta_n \beta_n^6) - (\beta_n^6 - 1) \times \zeta_n^2 + 2\beta_n^3 + \beta_n^6 + 1) / D \quad (6)$$

$$\varphi_{3n} = (-\zeta_n (2\eta_n - 2\eta_n \beta_n^6 + 2\beta_n^6 - 2) + (\beta_n^6 - 1)\zeta_n^2 + 2\beta_n^3 + \beta_n^6 + 1) / D \quad (7)$$

$$\varphi_{4n} = ((3\eta_n^2 - 3\eta_n^2 \beta_n^6)\zeta_n + (3\eta_n - 3\eta_n \beta_n^6)\zeta_n^2 - (\beta_n^6 - 1)\zeta_n^3 + 2\beta_n^3 + \beta_n^6 + 1) / D \quad (8)$$

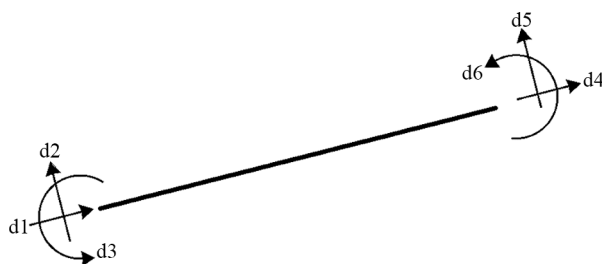
$$\varphi_{5n} = (6\eta_n^2 \beta_n^6 - 6\eta_n^2 - 6\eta_n \beta_n^6 + 6\eta_n)\zeta_n - (6\eta_n - 6\eta_n \beta_n^6 + 3\beta_n^6 - 3)\zeta_n^2 + (2\beta_n^6 - 2)\zeta_n^3 + 2\beta_n^3 + \beta_n^6 + 1) / D \quad (9)$$

$$\varphi_{6n} = (- (3\eta_n^2 \beta_n^6 - 3\eta_n^2 - 6\eta_n \beta_n^6 + 6\eta_n + 3\beta_n^6 - 3)\zeta_n + (3\eta_n - 3\eta_n \beta_n^6 + 3\beta_n^6 - 3)\zeta_n^2 - (\beta_n^6 - 1)\zeta_n^3 + 2\beta_n^3 + \beta_n^6 + 1) / D \quad (10)$$

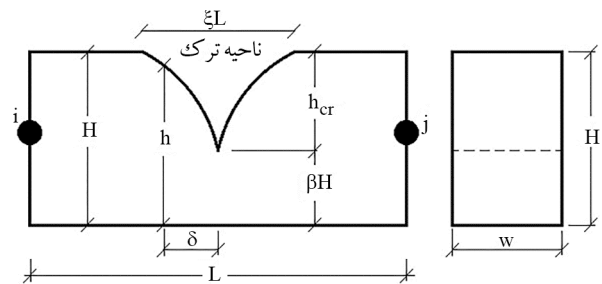
که در این رابطه‌ها $1 - \beta_n$ نسبت عمق ترک به عمق تیر، η_n نسبت فاصله محل ترک از ابتدای المان به طول المان، ζ_n نسبت طول ناحیه متأثر از ترک خوردگی به طول المان، n شماره المان، r_n شعاع ژیراسیون و L_n طول المان می‌باشد.

۳- تعیین باز یا بسته بودن ترک در طول زمان ارتعاش

تیر نشان داده شده در شکل (۳) را در نظر بگیرید:

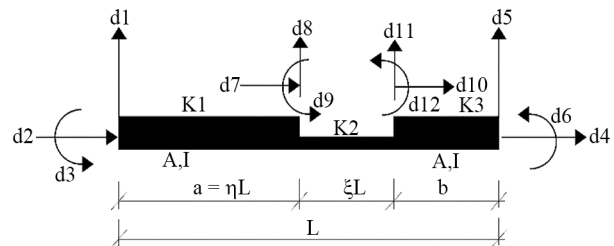


شکل (۳): درجات آزادی اصلی المان تیر ستون.



شکل (۱): المان تیر ستون ترک خورده.

برای مدل‌سازی رفتار ترک در سازه از المان تیر ستون ترک خورده که اخیراً توسط دولت آبادی و همکاران [۲۶] توسعه داده شده استفاده گردید. این المان دارای ۱۲ درجه آزادی است که ۶ درجه آزادی اصلی و ۶ درجه آزادی مربوط به لبه‌های ترک می‌باشد (شکل ۲).



شکل (۲): المان تیر ستون ترک خورده با ۱۲ درجه آزاد.

سختی المان تیر ستون ترک خورده در حالت فشرده شده به کمک رابطه‌های (۱) تا (۱۰) به دست می‌آید.

$$k_{cracked_n} = E_n I_n \begin{bmatrix} k_{11_n} & 0 & 0 & -k_{11_n} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22_n} & k_{23_n} & 0 & -k_{22_n} & k_{26_n} \\ 0 & k_{23_n} & k_{33_n} & 0 & -k_{23_n} & k_{36_n} \\ -k_{11_n} & 0 & 0 & k_{11_n} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{22_n} & -k_{23_n} & 0 & k_{22_n} & -k_{26_n} \\ 0 & k_{26_n} & k_{36_n} & 0 & -k_{26_n} & k_{66_n} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 k_{11_n} &= \frac{1}{L_n r_n^2} \varphi_n & k_{22_n} &= \frac{12}{L_n^3} \varphi_{1n} \\
 k_{23_n} &= \frac{6}{L_n^2} \varphi_{2n} & k_{26_n} &= \frac{6}{L_n^2} \varphi_{3n} \\
 k_{33_n} &= \frac{4}{L_n} \varphi_{4n} & k_{36_n} &= \frac{2}{L_n} \varphi_{5n} \\
 k_{66_n} &= \frac{4}{L_n} \varphi_{6n} & \zeta_n &= \frac{1.5h}{L_n (1 - \beta_n^3)} \ln\left(\frac{1}{\beta_n^3}\right)
 \end{aligned} \quad (2)$$

وضعیت هر ترک با توجه به وجه ترک خوردگی و محاسبه انحنا در محل ترک خوردگی در هر لحظه از ارتعاش تعیین شده و اصلاح ماتریس سختی انجام گرفت.

۵- مطالعات انجام شده

سازه‌های یک، دو و پنج طبقه با مشخصات ذکر شده در جدول (۱) در سناریوهای مختلف ترک خوردگی مدل‌سازی و فرکانس مود اول ارتعاش سازه در طول مدت ارتعاش اندازه‌گیری و دسته‌بندی شده است. این کار در نرم‌افزار متلب و به کمک نرم‌افزار توسعه داده شده، محقق گردیده است. قاب یک طبقه دو دهانه [۱۲] با مشخصات مندرج در جدول (۱) مدل‌سازی و پله‌های فرکانسی مود اول ارتعاش ترسیم شده است (شکل ۴). در تحلیل این قاب ۵۱۲ گام زمانی به طول ۰/۰۱ ثانیه در نظر گرفته شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با افزایش تعداد ترک‌ها تعداد پله‌های فرکانسی نیز افزایش می‌یابد.

به کمک توابع شکل و با توجه به تعریف انحنا با انجام محاسبات ریاضی رابطه انحنا مطابق رابطه (۱۱) به دست می‌آید:

$$\text{Curvature}(\eta_n) = \frac{1}{\rho_n} = \frac{6}{L_n^2} (2\eta_n - 1) \cdot (d_2 - d_3) + \frac{2}{L_n} (3\eta_n - 2) \cdot d_3 + \frac{2}{L_n} (3\eta_n - 1) \cdot d_6 \quad (11)$$

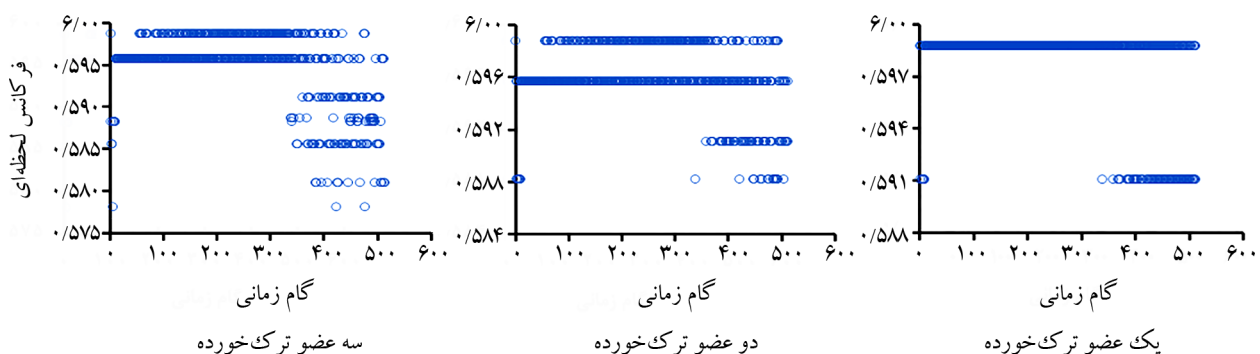
برای تعیین باز یا بسته بودن ترک انحنای عضو در محل ترک خوردگی مطابق رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود. عمق ترک در وجه کششی با علامت مثبت و در وجه فشاری با علامت منفی فرض می‌شود. با این فرض ترک در وجه کششی در انحنای مثبت باز و در وجه دیگر بسته است این موضوع با تعیین علامت حاصل ضرب انحنا در عمق ترک بررسی می‌شود.

۴- توسعه نرم‌افزار

با توسعه یک برنامه اجزای محدود در نرم‌افزار متلب، تحلیل دینامیکی غیرخطی قاب ترک‌خورده با روش انتگرال‌گیری نیومارک بتا به کمک المان تیر ستون ترک‌خورده امکان‌پذیر شد.

جدول (۱): مشخصات قاب‌های مطالعه شده.

عرض مقطع (میلی‌متر)	ارتفاع مقطع (میلی‌متر)	طول دهانه چپ (میلی‌متر)	طول دهانه راست (میلی‌متر)	ارتفاع طبقات (میلی‌متر)	مدول یانگ (گیگا پاسکال)	دانشیه (کیلوگرم بر متر مکعب)
قاب یک طبقه دو دهانه فولادی						
۱۹۸	۱۲۲	۱۲۰۰۰	۱۲۰۰۰	۱۲۰۰۰	۲۰۶	۷۶۷۵
قاب دو طبقه دو دهانه فولادی						
۱۹۸	۱۲۲	۶۰۰۰	۶۰۰۰	۳۰۰۰	۲۰۶	۷۶۷۵
قاب پنج طبقه دو دهانه بتنی						
۴۰۰	۴۰۰	۶۰۰۰	۴۰۰۰	۳۲۰۰	۲۵	۲۴۰۰

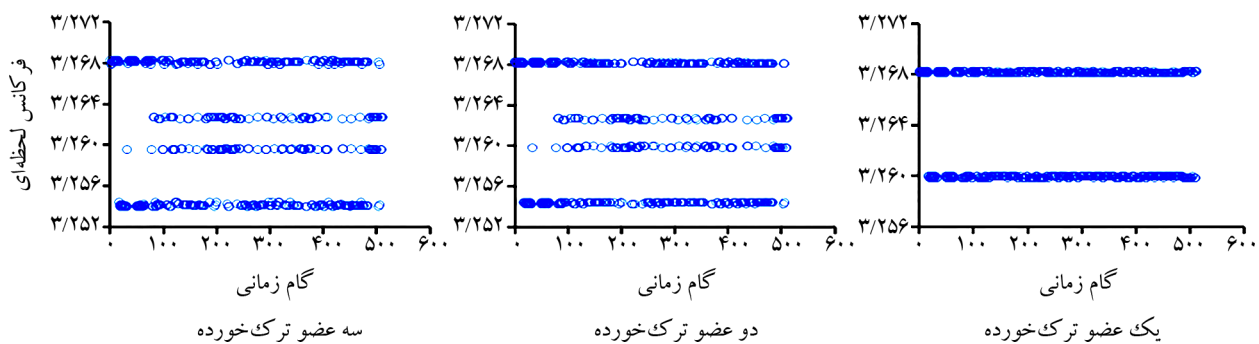


شکل (۴): پله‌های فرکانسی سناریوهای مختلف خرابی قاب یک طبقه دو دهانه.

دسته‌بندی شده است. در این حالت تعداد ترک‌ها تا ۲۵ ترک (ترک خوردگی کلیه اعضا) افزایش می‌یابد. هر حالت ترک خوردگی به بیست شکل مختلف بین اعضای سازه به صورت تصادفی توزیع شده است. میانگین و ضریب اوریب تعداد پله‌های فرکانسی به دست آمده برای این بیست توزیع مختلف محاسبه و نتایج آن در جدول (۲) خلاصه شده‌اند. در دو حالت عمق ترک ثابت و در یک حالت عمق ترک به صورت تصادفی تغییر می‌کند.

قاب دو طبقه دو دهانه [۱۳] با مشخصات مندرج در جدول (۱) مدل‌سازی و پله‌های فرکانسی مود اول ارتعاش ترسیم شده است (شکل ۵). در تحلیل این قاب ۵۱۲ گام زمانی به طول ۰/۰۱ ثانیه در نظر گرفته شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با افزایش تعداد ترک‌ها تعداد پله‌های فرکانسی نیز افزایش می‌یابد.

قاب پنج طبقه دو دهانه با مشخصات مندرج در جدول (۱) مدل‌سازی و مقادیر فرکانسی مود اول ارتعاش محاسبه و



شکل (۵): پله‌های فرکانسی سناریوهای مختلف خرابی قاب دو طبقه دو دهانه.

جدول (۲): میانگین و ضریب اوریب تعداد پله‌های فرکانسی ۲۰ توزیع مختلف خرابی.

تعداد ترک	ترک خوردگی یکسان با عمق ۰/۱ عمق مقطع		ترک خوردگی یکسان با عمق ۰/۳ عمق مقطع		ترک خوردگی غیر یکنواخت با محل، عمق و توزیع تصادفی	
	میانگین پله	ضریب اوریب	میانگین پله	ضریب اوریب	میانگین پله	ضریب اوریب
۱	۲	۰	۲	۰	۲	۰
۲	۴/۰۵	۰/۰۵۳۸۱۴	۴/۰۵	۰/۰۵۳۸۱۴	۴/۱	۰/۰۷۳۱۷۱
۳	۸/۵۵	۰/۱۳۵۷۶۸	۸/۱	۰/۰۵۳۸۱۴	۸/۴	۰/۱۱۵۴۲۱
۴	۱۶/۵	۰/۰۹۰۹۰۹	۱۶/۴	۰/۰۷۸۰۸۷	۱۸/۶	۰/۱۲۸۸۰۸
۵	۳۳/۲۵	۰/۱۲۶۴۸۶	۳۱/۴	۰/۱۰۰۴۰۷	۳۷/۷	۰/۱۹۱۱۱
۶	۵۶/۴	۰/۱۳۳۹۰۹	۵۷/۸	۰/۱۷۰۸۸۷	۵۹/۹	۰/۱۳۶۳۳۴
۷	۸۶/۸	۰/۰۸۱۴۳۱	۸۶/۴	۰/۰۷۴۷۷۶	۹۷/۴	۰/۱۰۵۳۷۵
۸	۱۲۴/۱	۰/۱۲۸۷۷۵	۱۲۱/۱۵	۰/۱۰۳۶۹۷	۱۳۰/۹۵	۰/۱۰۵۹۹۳
۹	۱۶۱/۵	۰/۱۱۷۱۶۵	۱۵۵/۹۵	۰/۱۲۷۳۳۷	۱۷۳/۰۵	۰/۱۵۷۷۸۵
۱۰	۱۹۰/۰۵	۰/۱۲۰۰۶۲	۱۹۱/۰۵	۰/۱۲۵۸۲۳	۱۹۵/۴۵	۰/۱۲۳۴۲۶
۱۱	۲۱۸/۱۵	۰/۰۷۶۸۴۶	۲۲۷/۵۵	۰/۰۸۹۱۲	۲۴۹/۲۵	۰/۰۹۳۰۸۳
۱۲	۲۶۴/۲۵	۰/۰۷۹۳۸۸	۲۶۱	۰/۰۷۷۰۶۸	۲۸۴/۸۵	۰/۰۸۵۹۱۵
۱۳	۲۹۲/۶	۰/۰۷۸۴۲۳	۲۹۴/۶	۰/۰۶۴۰۶۸	۳۲۴/۵	۰/۰۷۸۳۱
۱۴	۳۱۸/۳	۰/۰۵۲۱۷۶	۳۲۰/۶۵	۰/۰۷۵۱۲۲	۳۳۳/۳۵	۰/۰۵۹۴۰۴
۱۵	۳۴۳/۶	۰/۰۶۴۸۵۹	۳۳۹/۱۵	۰/۰۵۰۸۵۹	۳۷۳/۸۵	۰/۰۳۹۰۵
۱۶	۳۶۷	۰/۰۵۱۰۷۸	۳۷۱/۹	۰/۰۵۵۱۱۲	۳۹۴/۱۵	۰/۰۵۸۱۲۳
۱۷	۳۷۹/۴	۰/۰۴۷۱۰۱	۳۸۵	۰/۰۴۲۴۴۲	۴۰۷/۵۵	۰/۰۵۲۱۶۹

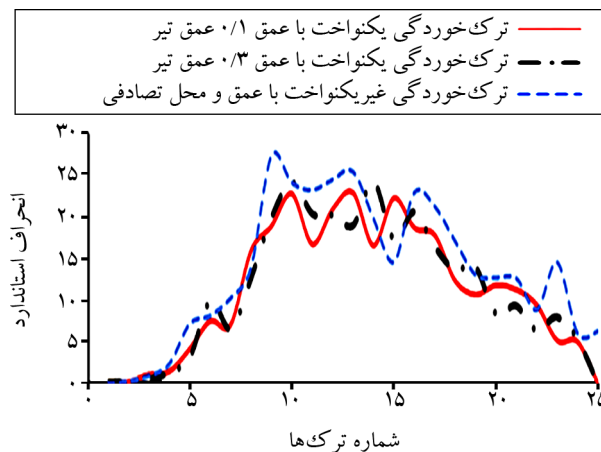
ادامه جدول (۲).

تعداد ترک	ترک خوردگی یکسان با عمق ۰/۱ عمق مقطع		ترک خوردگی یکسان با عمق ۰/۳ عمق مقطع		ترک خوردگی غیر یکنواخت با محل، عمق و توزیع تصادفی	
	میانگین پله	ضریب اوریب	میانگین پله	ضریب اوریب	میانگین پله	ضریب اوریب
۱۸	۴۰۰/۶	۰/۰۳۰۸۸۱	۴۰۱/۲۵	۰/۰۳۳۹۲۴	۴۲۷/۰۵	۰/۰۴۰۰۲۴
۱۹	۴۱۱/۵	۰/۰۲۶۰۶۶	۴۱۷/۵	۰/۰۳۳۳۶۶	۴۳۶/۲۵	۰/۰۲۹۹۶۵
۲۰	۴۳۲/۵۵	۰/۰۲۷۳۴۹	۴۳۳/۱۵	۰/۰۱۹۲۵	۴۵۶/۳۵	۰/۰۲۷۹۱
۲۱	۴۴۱/۲۵	۰/۰۲۵۶۲۹	۴۴۰/۳	۰/۰۲۱۰۵۱	۴۶۳/۹۵	۰/۰۲۷۲۵۹
۲۲	۴۵۳/۹۵	۰/۰۲۰۹۱۶	۴۵۰/۲۵	۰/۰۱۴۰۴۵	۴۶۹/۹۵	۰/۰۱۸۹۳۱
۲۳	۴۶۲/۰۵	۰/۰۱۱۳۱۸	۴۶۲/۵	۰/۰۱۷۱۲۸	۴۷۶/۷	۰/۰۳۰۵۲۳
۲۴	۴۷۱/۰۵	۰/۰۱۰۷۷۲	۴۶۹/۹۵	۰/۰۱۱۳۶۹	۴۸۸/۹۵	۰/۰۱۲۳۶۴
۲۵	۴۷۷	۰	۴۷۷	۰	۴۸۷/۷۵	۰/۰۱۲۹۸۱

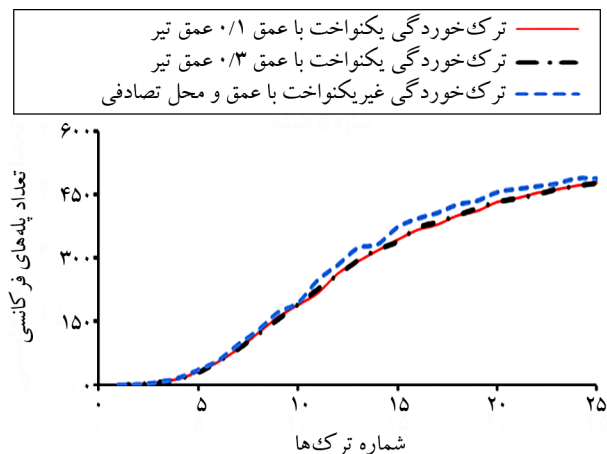
شکل (۷) تغییرات انحراف استاندارد پله‌های فرکانسی را بر حسب تعداد ترک‌های دو خطی نشان می‌دهد. همان‌طوری که ملاحظه می‌شود وقتی حدود نیمی از المان‌ها دچار ترک خوردگی هستند بیشترین انحراف استاندارد رخ می‌دهد و با کاهش و یا افزایش تعداد ترک‌ها از این پراکندگی کاسته می‌شود.

میانگین و ضریب اوریب تعداد پله‌های فرکانسی به دست آمده برای بیست توزیع مختلف در هر حالت ترک خوردگی در سه سازه تحت بررسی محاسبه و نتایج آن در جدول (۳) خلاصه شده‌اند. در این جدول عمق و محل ترک به صورت تصادفی تغییر می‌کند. در سازه‌های یک و دو طبقه هر عضو می‌تواند در سه نقطه دچار ترک خوردگی شود این در حالی است که هر عضو سازه پنج طبقه تنها در یک نقطه تصادفی دچار ترک خوردگی گردیده است.

برای بررسی و تحلیل مقادیر مندرج در جدول (۲) منحنی‌های مربوط به تغییرات تعداد ترک نسبت به میانگین تعداد پله‌های فرکانسی و همچنین منحنی‌های مربوط به تغییرات تعداد ترک و انحراف استاندارد پله‌های فرکانسی در شکل‌های (۶) و (۷) ترسیم شده‌اند. در شکل (۶) منحنی تغییرات میانگین پله‌های فرکانسی بر حسب تعداد ترک‌های دو خطی در سه حالت مختلف ترسیم شده است. مطابق این شکل عمق ترک در افزایش تعداد پله‌های فرکانسی بی‌تأثیر است؛ اما تنوع ترک خوردگی در حالتی که عمق ترک به صورت تصادفی انتخاب می‌شود به دلیل از میان رفتن شرایط تقارن باعث افزایش تعداد پله‌های فرکانسی می‌شود. ضریب اوریب از تقسیم انحراف استاندارد بر مقدار میانگین به دست می‌آید.



شکل (۷): تغییرات انحراف استاندارد پله‌های فرکانسی بر حسب تعداد ترک‌های دو خطی.



شکل (۶): منحنی میانگین پله‌های فرکانسی بر حسب تعداد ترک‌های دوخطی در سازه پنج طبقه.

جدول (۳): میانگین و ضریب اوریب تعداد پله‌های فرکانسی در سازه‌های مختلف.

تعداد ترک	قاب یک طبقه با محل، عمق و توزیع تصادفی ترک		قاب پنج طبقه با محل، عمق و توزیع تصادفی ترک		قاب دو طبقه با محل، عمق و توزیع تصادفی ترک	
	میانگین پله فرکانسی	ضریب اوریب	میانگین پله فرکانسی	ضریب اوریب	میانگین پله فرکانسی	ضریب اوریب
۱	۲	۰	۲	۰	۲	۰
۲	۴/۰۵	۰/۱۴۵۵۵۳۳۳۳	۴/۱	۰/۰۷۳۱۷۰۷۳۲	۴/۱۵	۰/۰۸۶۰۴۱۲۰۵
۳	۸/۵	۰/۱۲۶۱۶۲۴۷۱	۸/۴	۰/۱۱۵۴۲۰۹۵۲	۸/۳	۰/۰۸۶۰۴۱۳۲۵
۴	۱۷/۵	۰/۲۳۵۹۵۲۲۸۶	۱۸/۶	۰/۱۲۸۸۰۸۰۶۵	۱۷/۷۵	۰/۱۸۹۲۷۸۱۴۱
۵	۲۷/۳	۰/۲۲۴۹۳۹۴۵۱	۳۷/۷	۰/۱۹۱۱۱۰۳۱۸	۳۰/۵۵	۰/۲۰۷۹۲۰۳۹۳
۶	۴۶/۵	۰/۱۹۶۶۸۸۹۶۸	۵۹/۹	۰/۱۳۶۳۳۸۰۶	۵۴/۱۵	۰/۱۵۷۰۵۵۵۴۹
۷	۶۵/۹۵	۰/۱۸۶۶۳۵۲۳	۹۷/۴	۰/۱۰۵۳۷۵۰۵۱	۷۶/۱	۰/۱۶۱۰۹۴۳۵
۸	۸۹/۲۵	۰/۲۲۴۳۳۸۱۵۱	۱۳۰/۹۵	۰/۱۰۵۹۹۲۷۴۵	۱۰۳/۱	۰/۱۵۸۹۵۹۴۵۷
۹	۱۱۳/۴	۰/۱۸۵۸۲۲۳۹۹	۱۷۳/۰۵	۰/۱۵۷۷۸۵۱۴۹	۱۳۲/۶۵	۰/۱۴۳۳۶۷۵۱
۱۰	۱۵۹/۴۵	۰/۱۵۴۸۲۵۹۰۲	۱۹۵/۴۵	۰/۱۲۳۴۲۵۸۸۹	۱۶۹/۴	۰/۱۳۲۸۳۳۵۳
۱۱	۲۰۵	۰/۱۲۲۴۳۸۰۴۹	۲۴۹/۲۵	۰/۰۹۳۰۸۳۳۳	۱۸۵/۶۵	۰/۱۳۸۲۴۷۷۲۴
۱۲	۲۱۹/۸	۰/۰۹۲۲۵۲۴۱۱	۲۸۴/۸۵	۰/۰۸۵۹۱۵۳۹۴	۲۲۱/۸۵	۰/۱۱۱۸۰۴۲۸۲
۱۳	۲۵۴/۹	۰/۰۸۷۲۹۱۵۶۵	۳۲۴/۵	۰/۰۷۸۳۱۰۰۴۶	۲۵۷/۶۵	۰/۱۲۲۱۰۳۳۵۷
۱۴	۲۹۲/۵	۰/۰۵۹۹۱۶۹۲۳	۳۳۳/۳۵	۰/۰۵۹۴۰۳۶۶	۲۷۵/۰۵	۰/۰۸۳۷۵۱۲۸۲
۱۵	۳۲۷	۰/۰۶۶۰۱۵۳۸۲	۳۷۳/۸۵	۰/۰۳۹۰۵۰۱۲۷	۳۰۸/۹۵	۰/۱۱۳۱۴۱۰۹۱
۱۶	-	-	۳۹۴/۱۵	۰/۰۵۸۱۲۲۸۲۱	۳۲۹/۶	۰/۰۷۲۴۶۹۶
۱۷	-	-	۴۰۷/۵۵	۰/۰۵۲۱۶۸۸۳۸	۳۵۴/۲۵	۰/۰۸۶۷۹۹۶۶۱
۱۸	-	-	۴۲۷/۰۵	۰/۰۴۰۰۲۴۱۶۶	۳۶۰/۵۵	۰/۰۷۱۰۰۱۹۶۹
۱۹	-	-	۴۳۶/۲۵	۰/۰۲۹۹۶۵۳۶۴	۳۷۹/۷	۰/۰۴۸۸۶۹۰۸۱
۲۰	-	-	۴۵۶/۳۵	۰/۰۲۷۹۱۰۲۸۸	۳۹۰	۰/۰۵۸۹۹۱۰۷۷
۲۱	-	-	۴۶۳/۹۵	۰/۰۲۷۲۵۹۴۸۹	۴۰۴/۶۵	۰/۰۴۲۷۰۵۶۴۷
۲۲	-	-	۴۶۹/۹۵	۰/۰۱۸۹۳۰۷۱۲	۴۱۲/۳۵	۰/۰۵۱۴۲۳۳۵۴
۲۳	-	-	۴۷۶/۷	۰/۰۳۰۵۲۲۸۸۷	۴۲۸/۴۵	۰/۰۲۸۳۵۰۸۲۳
۲۴	-	-	۴۸۸/۹۵	۰/۰۱۲۳۶۴۱۵۴	۴۳۴/۲۵	۰/۰۴۰۰۱۱۳۰۷
۲۵	-	-	۴۸۷/۷۵	۰/۰۱۲۹۸۰۹۷۲	۴۴۵/۷۵	۰/۰۲۲۰۴۷۹۹۶
۲۶	-	-	-	-	۴۵۱/۸	۰/۰۳۲۶۸۴۴۸۴
۲۷	-	-	-	-	۴۶۰/۳	۰/۰۲۳۷۷۹۶۶۵
۲۸	-	-	-	-	۴۶۶/۶۵	۰/۰۱۶۱۹۶۸۸
۲۹	-	-	-	-	۴۶۷/۰۵	۰/۰۲۰۹۵۰۷۸۷
۳۰	-	-	-	-	۴۷۴/۸۵	۰/۰۱۶۲۷۵۳۶۵

تغییرات تعداد ترک‌ها نسبت به میانگین تعداد پله‌های فرکانسی و همچنین منحنی تغییرات انحراف استاندارد پله‌های فرکانسی بر اساس میزان ترک خوردگی در شکل‌های (۸) و (۹) ترسیم شده‌اند. در شکل (۸) منحنی‌های تغییرات میانگین پله‌های

فرکانسی بر حسب تعداد ترک‌های دوخطی در سه سازه مورد بررسی ترسیم شده‌اند. مطابق این شکل منحنی تغییرات تعداد ترک‌ها و تعداد پله‌های فرکانسی در سازه‌های مختلف از الگوی مشابهی پیروی می‌کنند.

تغییرات تعداد ترک‌ها نسبت به میانگین تعداد پله‌های فرکانسی و همچنین منحنی تغییرات انحراف استاندارد پله‌های فرکانسی بر اساس میزان ترک خوردگی در شکل‌های (۸) و (۹) ترسیم شده‌اند. در شکل (۸) منحنی‌های تغییرات میانگین پله‌های

خوبی از تعداد ترک‌ها را به دست می‌دهد. مقادیر ضریب اوریب نشان می‌دهند که تعداد ترک‌های محاسبه شده با رابطه (۱۲) می‌تواند تا ۲ عدد خطا داشته باشند.

$$\text{if } N_{\text{crack}} \leq N_m / 2 \quad \text{if } N_{\text{crack}} \leq N_m / 2 \quad (12)$$

در رابطه فوق N_{freq} تعداد پله‌های فرکانسی اندازه‌گیری شده، N_{crack} تعداد ترک‌های تنفسی، N_m تعداد اعضا در سازه است.

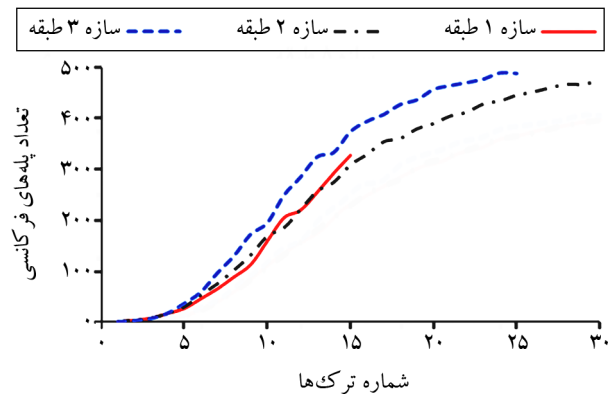
بخش دوم وقتی است که به تعداد بیش از نصف اعضا ($N_m / 2$) ترک در سازه وجود داشته باشد در این حالت از شیب منحنی کاسته می‌شود و پله‌های فرکانسی تغییرات کمی از خود نشان می‌دهند. در این ناحیه رابطه بین دو پارامتر مذکور برای هر سازه متفاوت است اما شکل تغییرات به صورت یک تابع درجه دوم می‌باشد. با استفاده از رابطه (۱۲) می‌توان کمینه تعداد ترک‌های دو خطی را در یک سازه تعیین کرد. با توجه به مباحث مطرح شده فوق الگوریتم شناسایی تعداد نقاط ترک‌خورده در بخش بعد پیشنهاد می‌گردد.

۷- پیشنهاد الگوریتم تعیین تعداد ترک‌های تنفسی

تعیین تعداد ترک‌های دو خطی در دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

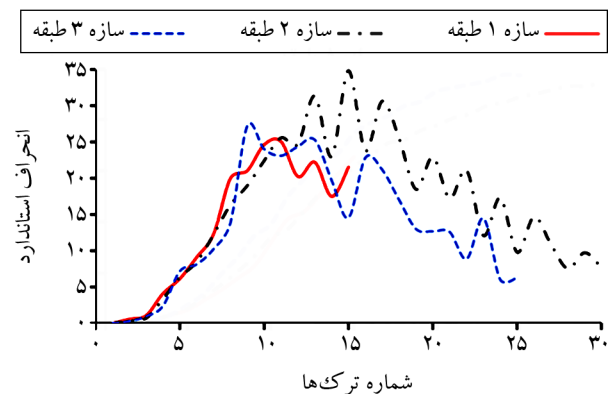
(الف) وقتی اطلاعات سازه اولیه در دست باشد، منحنی تغییرات پله‌های فرکانسی به کمک شبیه‌سازی معرفی شده، ترسیم و به کمک فرکانس‌های اندازه‌گیری شده، تعداد ترک‌های دو خطی به دست می‌آیند.

(ب) اگر اطلاعات سازه اولیه در دست نباشد در این صورت کمینه تعداد ترک‌ها به کمک رابطه (۳) تعیین می‌شود. در این حالت اگر تعداد ترک‌های محاسبه شده کمتر از نصف تعداد اعضا باشد مقدار به دست آمده تقریب بسیار مناسبی از تعداد دقیق ترک‌ها می‌باشد. اگر تعداد ترک‌های محاسبه شده بیش از نصف تعداد اعضا باشد در این صورت رابطه تنها می‌تواند کمینه نقاط خسارت دیده را مشخص کند. نباید از نظر دور داشت که دانستن تعداد کمینه نقاط خسارت دیده خود می‌تواند شروع بسیار خوبی برای برخی از الگوریتم‌های شناسایی خسارت باشد.



شکل (۸): منحنی میانگین پله‌های فرکانسی بر حسب تعداد ترک‌های دو خطی.

شکل (۹) منحنی انحراف استاندارد پله‌های فرکانسی را بر حسب تعداد ترک در سازه‌های تحت بررسی نشان می‌دهد. همان‌طوری که ملاحظه می‌شود وقتی حدود نیمی از المان‌ها دچار ترک خوردگی هستند بیشترین انحراف استاندارد رخ می‌دهد و با کاهش و یا افزایش تعداد ترک‌ها از این پراکندگی کاسته می‌شود.



شکل (۹): انحراف استاندارد پله‌های فرکانسی بر حسب تعداد ترک‌خورده‌گی.

۶- استخراج رابطه

بررسی‌های عددی انجام شده نشان می‌دهد که منحنی تغییرات تعداد پله‌های فرکانسی بر حسب تعداد ترک‌های تنفسی به دو بخش تقسیم می‌شود بخش اول تا زمانی است که تعداد ترک‌ها کمتر از نصف اعضا ($N_m / 2$) باشند. در این حالت منحنی تغییرات یک تابع توانی با شیب مثبت است و رابطه (۱۲) تقریب

۸- حساسیت روش به نوفه

حالت سوم، بیست چیدمان مختلف که در آنها محل و عمق ترک و نیز توزیع ترک‌ها تصادفی در نظر گرفته شده است. تعداد پله‌های فرکانسی در هر حالت محاسبه و میانگین این پله‌ها برای بیست توزیع یاد شده، به‌دست آمده است و سپس نتایج این میانگین‌گیری و ضرایب اوریب مربوطه خلاصه شده‌اند. بررسی‌های انجام شده نتایج زیر را به دست می‌دهند:

تغییر یکنواخت عمق همه ترک‌ها در افزایش تعداد پله‌های فرکانسی بی‌تأثیر است، اما تنوع بخشیدن به عمق ترک‌خوردگی به دلیل از میان بردن شرایط تقارن تعداد پله‌های فرکانسی را افزایش می‌دهد. وقتی حدود نیمی از المان‌ها دچار ترک‌خوردگی هستند بیشترین انحراف استاندارد رخ می‌دهد و با کاهش و یا افزایش تعداد ترک‌ها از این پراکندگی کاسته می‌شود. بررسی مقادیر ضریب اوریب نشان می‌دهد که پراکندگی مذکور دقت شناسایی تعداد ترک‌ها را تا دو عدد ترک پایین می‌آورد. شکل تغییرات پله‌های فرکانسی بر حسب شمار ترک‌ها در سازه‌های مختلف مشابه است.

منحنی تغییرات تعداد پله‌های فرکانسی بر حسب تعداد ترک به دو بخش تقسیم می‌شود بخش اول منحنی تا زمانی است که تعداد ترک‌ها کمتر از نصف اعضا باشد، در این حالت منحنی تغییرات یک تابع توانی با شیب مثبت است و رابطه پیشنهادی تقریب خوبی از تعداد ترک‌ها به دست می‌دهد. بخش دوم منحنی وقتی است که به تعداد بیش از نصف اعضا ترک در سازه وجود داشته باشد، در این حالت منحنی تغییرات دارای شیب اندکی می‌باشد و پله‌های فرکانسی با تغییر تعداد ترک‌ها، تغییرات کمی از خود نشان می‌دهد. در این ناحیه رابطه بین دو پارامتر مذکور برای هر سازه متفاوت است اما شکل تغییرات به صورت یک تابع درجه دوم می‌باشد. وقتی اطلاعات سازه اولیه در دست باشد منحنی تغییرات پله‌های فرکانسی به کمک شبیه‌سازی معرفی شده، ترسیم و با دسته‌بندی فرکانس‌های اندازه‌گیری شده تعداد ترک‌های دو خطی به دست می‌آیند. در مقابل وقتی اطلاعات سازه اولیه در دست نباشد کمینه تعداد ترک‌ها به کمک رابطه پیشنهادی تعیین می‌شود. در این حالت اگر تعداد ترک‌ها کمتر از

با توجه به اینکه روش ارائه شده متکی به شمارش فرکانس‌های متفاوت در یک بازه زمانی است وجود نوفه باعث اختلال در روش مذکور می‌شود. باید توجه داشت که ترک دو خطی، فرکانس سازه را به مقدار جزئی تغییر می‌دهد، لذا وجود نوفه حتی به میزان اندک روش را با چالش جدی مواجه می‌کند، بنابراین قبل از استفاده از روش فوق لازم است پاسخ‌های اندازه‌گیری شده به کمک روش‌های پردازش سیگنال نوفه‌زدایی و سپس مورد استفاده قرار گیرند.

۹- جمع‌بندی

در این مقاله روشی برای یافتن تعداد ترک‌ها با رفتار دو خطی ارائه گردیده است برای این کار قاب خسارت دیده با ترک تنفسی با استفاده از مفهوم انحنا و اعضا و توابع شکل تیر برنولی مدل‌سازی شده است. با توجه به تغییر سختی در اثر وقوع ترک‌خوردگی و با فرض دو خطی بودن رفتار این ترک‌ها، فرکانس سازه در طول زمان ارتعاش مرتباً تغییر می‌کند. وقتی تنها یک ترک با رفتار دو خطی در سیستم وجود داشته باشد در طول ارتعاش دو مقدار برای فرکانس مشاهده می‌شود واضح است که یکی از آنها مربوط به وقتی است که ترک باز و دیگری مربوط به زمانی است که ترک بسته باشد. با افزایش تعداد ترک‌ها به دلیل حالت‌های متنوعی که وضعیت ترک‌ها نسبت به یکدیگر پیدا می‌کنند، مقادیر فرکانس تنوع بیشتری می‌یابد. مطالعه تنوع فرکانسی می‌تواند یک راهکار برای تعیین تعداد ترک‌های دو خطی در یک سازه باشد. برای بررسی این موضوع فرکانس لحظه‌ای ارتعاش قاب‌های یک، دو و پنج طبقه با در نظر گرفتن سناریوهای مختلف خرابی ترسیم شده‌اند. به‌منظور بررسی اثر چیدمان ترک‌ها در ایجاد پله‌های فرکانسی هر سناریوی خرابی در سه حالت مختلف در نظر گرفته شده است، حالت اول، بیست چیدمان مختلف با ترک‌هایی با عمق $0/1$ عمق مقطع و با توزیع تصادفی بین اعضا، حالت دوم، بیست چیدمان مختلف با ترک‌هایی با عمق $0/3$ عمق مقطع و با توزیع تصادفی بین اعضا و

9. Giannini, O., Casini, P., and Vestroni, F. (2013) Nonlinear harmonic identification of breathing cracks in beams. *Computers and Structures*, **129**, 166-177.
10. Hakim, S., Razak, H.A., and Ravanfar, S. (2015) Fault diagnosis on beam-like structures from modal parameters using artificial neural networks. *Measurement*, **76**, 45-61.
11. Kisa, M. (2012) Vibration and stability of axially loaded cracked beams. *Structural Engineering and Mechanics*, **44**(3), 305-323.
12. Labib, A., Kennedy, D., and Featherston, C. (2014) Free vibration analysis of beams and frames with multiple cracks for damage detection. *Journal of Sound and Vibration*, **333**(20), 4991-5003.
13. Labib, A., Kennedy, D., and Featherston, C. (2015) Crack localisation in frames using natural frequency degradations. *Computers and Structures*, **157**, 51-59.
14. Lu, Z. and Liu, J. (2012) Vibration analysis of a cracked beam with axial force and crack identification. *Smart Structures and Systems*, **9**(4), 355-371.
15. Maghsoodi, A., Ghadami, A., and Mirdamadi, H.R. (2013) Multiple-crack damage detection in multi-step beams by a novel local flexibility-based damage index. *Journal of Sound and Vibration*, **332**(2), 294-305.
16. Mehrjoo, M., Khaji, N., and Ghafory-Ashtiany, M. (2013) Application of genetic algorithm in crack detection of beam-like structures using a new cracked euler-bernoulli beam element. *Applied Soft Computing*, **13**(2), 867-880.
17. Mehrjoo, M., Khaji, N., and Ghafory-Ashtiany, M. (2014) New timoshenko-cracked beam element and crack detection in beam-like structures using genetic algorithm. *Inverse Problems in Science and Engineering*, **22**(3), 359-382.
18. Montanari, L., Spagnoli, A., Basu, B., and Broderick, B. (2015) On the effect of spatial sampling in damage detection of cracked beams by continuous wavelet transform. *Journal of Sound and Vibration*, **345**, 233-249.
19. Neves, A., Simões, F., and da Costa, A.P. (2016)

نصف تعداد اعضا باشد تعداد ترک به دست آمده تقریب بسیار مناسبی از تعداد دقیق ترک‌ها می‌باشد. اگر تعداد ترک‌ها بیش از نصف تعداد اعضا باشد، در این صورت رابطه تنها می‌تواند کمینه نقاط خسارت دیده را مشخص کند. باید توجه داشت که وجود ترک دو خطی، فرکانس سازه را به مقدار جزئی تغییر می‌دهد لذا وجود نوفه حتی به میزان اندک روش را با چالش جدی مواجه می‌کند.

مراجع

1. Barad, K.H., Sharma, D. and Vyas, V. (2013) Crack detection in cantilever beam by frequency based method. *Procedia Engineering*, **51**, 770-775.
2. Bouboulas, A. and Anifantis, N. (2011) Finite element modeling of a vibrating beam with a breathing crack :Observations on crack detection. *Structural Health Monitoring*, **10**(2), 131-145.
3. Caddemi, S. and Calì, I. (2013) The exact explicit dynamic stiffness matrix of multi-cracked euler-bernoulli beam and applications to damaged frame structures. *Journal of Sound and Vibration*, **332**(12), 3049-3063.
4. Caddemi, S. and Calì, I. (2014) Exact reconstruction of multiple concentrated damages on beams. *Acta Mechanica*, **225**(11), 3137-3156.
5. Caddemi, S., Calì, I., Cannizzaro, F., and Rapicavoli, D. (2013) A novel beam finite element with singularities for the dynamic analysis of discontinuous frames. *Archive of Applied Mechanics*, **83**(10), 1451-1468.
6. Caddemi, S. and Morassi, A. (2013) Multi-cracked euler-bernoulli beams: Mathematical modeling and exact solutions. *International Journal of Solids and Structures*, **50**(6), 944-956.
7. Cao, M., Radzienski, M., Xu, W., and Ostachowicz, W. (2014) Identification of multiple damage in beams based on robust curvature mode shapes. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **46**(2), 468-480.
8. Eroglu, U. and Tufekci, E. (2016) Exact solution based finite element formulation of cracked beams for crack detection. *International Journal of Solids and Structures*, **96**, 240-253.

- Vibrations of cracked beams: Discrete mass and stiffness models. *Computers & Structures*, **168**, 68-77.
20. Ng, C.-T. (2014) Bayesian model updating approach for experimental identification of damage in beams using guided waves. *Structural Health Monitoring*, **13**(4), 359-373.
 21. Al-Shudeifat, M.A. and Butcher, E.A. (2011) New breathing functions for the transverse breathing crack of the cracked rotor system: Approach for critical and subcritical harmonic analysis. *Journal of Sound and Vibration*, **330**(3), 526-544.
 22. Yan, G., De Stefano, A., Matta, E., and Feng, R. (2013) A novel approach to detecting breathing-fatigue cracks based on dynamic characteristics. *Journal of Sound and Vibration*, **332**(2), 407-422.
 23. Rezaee, M. and Hassannejad, R. (2010) Free vibration analysis of simply supported beam with breathing crack using perturbation method. *Acta Mechanica Solida Sinica*, **23**(5), 459-470.
 24. Friswell, M.I. and Penny, J.E. (2002) Crack modeling for structural health monitoring. *Structural Health Monitoring*, **1**(2), 139-148.
 25. Sinha, J., Friswell, M., and Edwards, S. (2002) Simplified models for the location of cracks in beam structures using measured vibration data. *Journal of Sound and Vibration*, **251**(1), 13-38.
 26. Dolatabadi, P., Khanlari, K., Ghafory-Ashtiany, M., and Hosseini, M. (2018) Sensitivity of beam-column element stiffness matrix to the crack parameters. *Journal of Vibroengineering*. **20**(4), 1708-1719.

Identifying the Number of the Bilinear Cracks in the Frame Structures

Peiman Davari Dolatabadi¹, Karen Khanlari^{2*}, Mohsen Ghafory Ashtiany³ and Mahmood Hosseini⁴

1. Ph.D. Student of Structural Engineering, Department of Civil Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran
2. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, *Corresponding Author, email: karen.khanlari@gmail.com
3. Professor, Structural Engineering Research Center, International Institute of Earthquake Engineering and Seismology (IIEES), Tehran, Iran
4. Associate Professor, Structural Engineering Research Center, International Institute of Earthquake Engineering and Seismology (IIEES), Tehran, Iran

In many vibration-based methods, stiffness matrix variations play an important role in determining the location and extent of damage. In this research, through a bilinear crack model, stiffness matrix components are directly linked to the cracking parameters with the aid of seven coefficients. An innovative method for identifying the number of breathing cracks is developed, in a manner that the information of the initial structure is not needed. To model structures in MATLAB software, a nonlinear dynamic analysis program with the ability to model bilinear cracks is developed. Breathing crack modeling has been done using the softness method and the concept of curvature of the member. In order to determine the open or closed state of the crack, at each moment of vibration, an indicator was applied based on the moment curvature of each element. Due to the crack opening and closure, frequency varies continuously over time. If there is only one crack in the structure, two frequency values for the first mode of vibration are obtained. It is clear that one is related to when the crack is open and the other corresponds to when the crack is closed. By increasing the number of cracks, the number of frequency bands increases nonlinearly. This feature applied to determine the number of damaged points, so that the vibration frequencies were determined and arranged throughout the vibration time. By plotting the ordered frequencies, the points of the same frequency were plotted at a certain level and formed the frequency steps. A significant relationship was found between the number of frequency steps and cracked points. By applying different crack topography in buildings of one, two and five stories, a relationship between frequency steps and number of cracks was formulated. In each incident scenario, the effect of different crack intensity and distribution is investigated through three different cases. The first case is, 20 different crack layouts with a depth of 0.1 of the cross sectional area and random distribution, the second case is, 20 different crack layouts with a depth of 0.3 of the cross sectional area and random distribution, and the last case is, 20 different layouts in which the location and depth of the crack as well as the crack propagation are considered random. The average and standard deviation of frequency steps for each 20 tries are obtained. This study shows that, the variation of frequency steps in terms of the cracks number is similar in different structures. The uniform change of the depth of all cracks is ineffective in increasing the number of frequency steps. However, diversifying cracking due to the combination of asymmetric distribution, increases the number of frequency steps. When about half of the members are cracked, the maximum standard deviation of frequency steps occurs. This dispersion reduces the identification accuracy up to two crack numbers in the studied structures. The curve of variation of frequency steps in terms of the number of cracks is divided into two parts. The first part of the curve is as long as the number of cracks is less than half of the number of members. At this region, the exponential relationship between the two parameters is established. The second part of the curve is when more than half of the number of members are cracked. In this case, the frequency steps show little changes with the change in the number of cracks. In this region, the relationship between the two parameters is different for each structure, but it has a trend of quadratic order. Some of the factors such as axial force which can change the stiffness of the frames at any moment of vibration can affect the number of frequency steps. Investigating the effect of these factors can be the subject of future research.

Keywords: Structural Health Monitoring, Crack Modeling, Breathing Crack Detection, Model-Updating Method.