

## مقاله علمی - ترویجی

## تکنیک‌های ارزیابی ظرفیت باربری پی سطحی زبر با روش خطوط مشخصه‌ی تنش

شروین احمدی (نویسنده مسئول)

دانشجوی دکتری مهندسی ژئوتکنیک، گروه مهندسی عمران،  
واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران،  
St\_sh\_ahmadi@azad.ac.ir

محسن کمالیان

استاد، پژوهشکده مهندسی ژئوتکنیک، پژوهشگاه بین‌المللی  
زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران

فرج‌اله عسکری

دانشیار، پژوهشکده مهندسی ژئوتکنیک، پژوهشگاه بین‌المللی  
زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران

### چکیده

برآورد ظرفیت باربری پی‌های سطحی همواره مورد نیاز مهندسين بوده است. روش مشخصه‌های تنش برای حل مسائل ظرفیت باربری پی‌های مستقر بر فضای نیم‌بی‌نهایت به دلیل سادگی، سرعت در انجام محاسبات و عدم نیاز به مش‌بندی و مدل‌های رفتاری پیچیده‌ی خاک، تکنیکی کارآمد و مؤثر است. در نوشتار حاضر، ابتدا فرمول‌بندی ریاضی روش خطوط مشخصه‌ی تنش به‌اختصار تشریح شده است. نحوه‌ی به‌کارگیری آن در ارزیابی ظرفیت باربری پی‌های زبر و تکنیک‌های مختلف حل مسئله‌ی زبری بررسی شده است. سپس، چگونگی در نظر گرفتن یکنواختی یا غیریکنواختی شیب فشار تماس وارد بر کف پی و تأثیر آن بر ضرایب ظرفیت باربری پی‌ها مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. اثرات ناشی از نحوه‌ی ملحوظ نمودن زبری به روش‌های مختلف بر این ضرایب سه‌گانه با یکدیگر مقایسه شده است. در نهایت، به چالش‌های جدید و مهم پیش‌رو در استفاده از روش مشخصه‌های تنش در بررسی اثرات زبری بر ظرفیت باربری پی پرداخته شده است.

**واژگان کلیدی:** پی سطحی زبر، ضرایب ظرفیت باربری، روش خطوط مشخصه‌ی تنش، گوه‌ی منحنی شکل غیرخمیری.

### ۱- مقدمه

و اریکسون و درشر [۱۹] را نیز می‌توان از محققین مهمی برشمرد که ظرفیت باربری پی سطحی را با استفاده از تفاضل محدود و المان محدود مورد بررسی قرار دادند.

سوکولفسکی [۲۰] از اولین محققینی بود که روش مشخصه‌های تنش را در بررسی ظرفیت باربری پی سطحی مورد توجه قرار داد. پس از وی محققین متعددی [۲۱-۳۹] این روش را دنبال کردند. مارتین [۲۱، ۲۸، ۳۱]، کومار و موهان رانو [۲۲-۲۳]، کومار [۲۴-۲۵]، کومار و گاش [۲۷]، بولتن و لو [۳۰]، سان و همکاران [۲۹]، اسمیت [۲۶]، کازابلانکا و همکاران [۳۲]، کاسکونه و کازابلانکا [۳۳] و در ایران کمالیان و همکاران [۳۴-۳۵]، کمالیان [۳۶-۳۷]، جهان‌اندیش و کشاورز [۳۸]، کشاورز و همکاران [۳۹] از جمله محققینی هستند که در این حوزه پژوهش و گراف‌ها و جدول‌های کاربردی را ارائه کردند.

مزیت مهم روش مشخصه‌های تنش بر دیگر روش‌ها، سادگی و سرعت عمل آن است. نه به مش‌بندی خاک نیاز است و نه به

برآورد ظرفیت باربری پی سطحی از موضوعات مهم در حوزه‌ی مهندسی پی محسوب می‌شود. روش‌های متعددی می‌تواند در محاسبه‌ی ظرفیت باربری پی سطحی مورد استفاده قرار گیرد. از جمله می‌توان به روش تعادل حدی<sup>۱</sup>، روش‌های تحلیل حدی مرز پایین و بالا<sup>۲</sup>، روش‌های عددی تفاضل محدود<sup>۳</sup>، اجزای محدود<sup>۴</sup> و روش مشخصه‌های تنش<sup>۵</sup> اشاره کرد.

ترزاقی [۱]، تیلور [۲]، مایر هوف [۳] و ریچاردز و همکاران [۴] از مهم‌ترین محققینی هستند که روش تعادل حدی را به کار گرفتند و جدول‌های و گراف‌هایی کاربردی ارائه کردند. فرزانه و همکاران [۵-۶]، جیاج و همکاران [۷]، لیامین و اسلون [۸-۹]، عسکری و فرزانه [۱۰]، کومار و خطری [۱۱-۱۲]، کومار و کوزر [۱۳] و لیامین و همکاران [۱۴] نیز از مهم‌ترین محققینی هستند که ظرفیت باربری پی سطحی را با استفاده از روش آنالیز حدی مرز پایین و بالا برآورد کردند. گریفیتس [۱۵]، فریدمن و بورد [۱۶]، لوکیدیس و سالگادو [۱۷]، مانوهران و داسگوپتا [۱۸]

مشخصه‌های تنش در بررسی اثر زبری بر ظرفیت باربری لرزه‌ای پی امروزه با چه چالش‌هایی روبرو است؟ طبیعتاً ابتدا فرمول‌بندی ریاضی روش مشخصه‌های تنش به‌اختصار تشریح خواهد شد.

## ۲- فرمول‌بندی ریاضی روش مشخصه‌های تنش

معادلات تعادل حاکم بر میدان تنش ناحیه‌ی خمیری شده در حل مسائل ظرفیت باربری با استفاده از روش مشخصه‌های تنش برای یک محیط چسبنده-اصطکاکی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

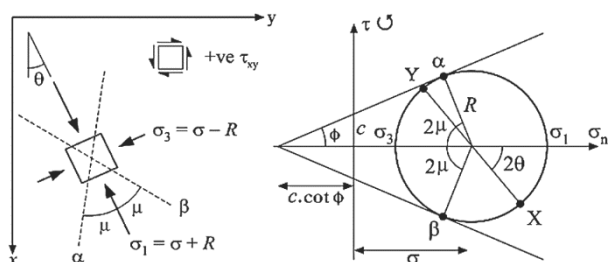
$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \gamma \cos \epsilon \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = \gamma \sin \epsilon$$

در روابط فوق،  $\gamma$  بیانگر وزن مخصوص خاک و  $\epsilon$  نشان‌دهنده‌ی زاویه‌ی نیروی حجمی با راستای قائم است. در روش مشخصه‌های تنش سوکولفسکی [۲۰] فرض بر آن است که تمامی نقاط ناحیه‌ی خمیری خاک در وضعیت تسلیم قرار دارند. با استفاده از دایره‌ی موهر نشان داده شده در شکل (۱) و معیار گسیختگی موهر-کولمب ارائه شده در رابطه‌ی (۲)، مؤلفه‌های تنش در صفحه  $xy$  را می‌توان در هر نقطه درون محیط خاک با استفاده از متغیرهای  $\sigma$  و  $\theta$  به صورت روابط (۳) بیان کرد:

$$(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2 = R^2 = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + 2c \cot \phi)^2 \sin^2 \phi \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma + R \cos 2\theta \\ \sigma_{yy} &= \sigma - R \cos 2\theta \\ \tau_{xy} &= R \sin 2\theta \end{aligned} \quad (3)$$



شکل (۱): دایره‌ی موهر تنش‌ها، موقعیت تنش اصلی حداکثر و مشخصه‌های  $\alpha$  و  $\beta$  در دستگاه مختصات کارتزین [۲۸].

مدل‌های رفتاری پیچیده. نتایج حاصله از این روش چنان که بعداً خواهد آمد، معمولاً حکم یک پاسخ حد پایین را دارد [۳۴-۳۷]. در شرایطی خاص و ایده‌آل نیز پاسخ دقیق مسئله را به دست می‌دهد [۲۱].

از مباحث مهم مرتبط با ظرفیت باربری پی سطحی طی دو دهه‌ی اخیر، چگونگی کاهش آن در شرایط بارگذاری لرزه‌ای است. کومار و موهان راتو [۲۲-۲۳] از اولین محققینی بودند که ظرفیت باربری لرزه‌ای پی سطحی را در شرایط استقرار بر روی زمین افقی [۲۲] و شیب بی‌نهایت [۲۳] مورد بررسی قرار دادند. نتیجه‌ی این مطالعات گراف‌هایی کاربردی بود که ضرایب ظرفیت باربری لرزه‌ای را برحسب مشخصات مقاومتی خاک و شتاب زلزله ارائه می‌کرد. کمالیان و همکاران [۳۴-۳۵] این مطالعات را دنبال کردند و اثرات تغییر شیب فشار تماس کف پی [۳۴] و همچنین استقرار در مجاورت شیب [۳۵] را بررسی و با نتایج کومار و موهان راتو [۲۲-۲۳] مقایسه کردند.

کارهای تجربی و عددی ثبت شده در ادبیات فنی کم‌وبیش نشان داده است که عامل زبری اثرات قابل ملاحظه‌ای بر ظرفیت باربری پی دارد [۱۱، ۱۳، ۲۱، ۲۴-۲۸، ۳۴، ۳۷].

مارتین [۲۱ و ۲۸]، کومار [۲۴-۲۵]، کومار و گاش [۲۷] و اسمیت [۲۶] از محققینی بودند که با روش مشخصه‌های تنش اثر زبری کف پی را بر ظرفیت باربری استاتیکی یا لرزه‌ای آن مورد بررسی قرار دادند. فرضیات این محققین و قهرماً نتایجی که به دست آوردند با یکدیگر متفاوت بوده است. از مهم‌ترین موضوعات مطرح هنگام بررسی نقش زبری، غیریکنواختی شیب فشار تماس کف پی است [۲۱، ۲۷-۲۸]. کومار و گاش [۲۷] تغییرات شیب فشار تماس را به صورت خطی و سهمی پیش فرض و مسئله را برای پی حلقوی حل کردند. مارتین [۲۱ و ۲۸] اما بدون آنکه به چنین پیش فرضی نیاز داشته باشد، مسئله را حل نمود.

مقاله‌ی حاضر بر آن است تا مهم‌ترین کارهای ثبت شده در ادبیات فنی را راجع به کاربرد روش مشخصه‌های تنش در ارزیابی ظرفیت باربری پی دارای کف زبر مورد بررسی قرار دهد. در پی یافتن پاسخ، این سؤال مهم است که به‌کارگیری روش

به طوری که:

$$R = \sigma \sin \varphi + c \cos \varphi \quad (4)$$

در روابط فوق،  $R$  شعاع دایره‌ی موهر،  $\sigma$  متوسط تنش‌های اصلی حداکثر و حداقل و  $\theta$  بیانگر زاویه‌ی تنش اصلی حداکثر ( $\sigma_1$ ) با محور قائم است (شکل ۱).

با پیروی از فرآیندهای استاندارد آنالیز معادلات دیفرانسیل جزئی (PDE) [۴۰] می‌توان نشان داد که این سیستم در دو امتداد مشخصه‌ی متمایز زیر هیپربولیک است [۴۱، ۲۸]:

$$\frac{dy}{dx} = \tan\left[\theta \mp \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right], \quad \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} = \mu\right) \quad (5)$$

علامت‌های بالا و پایین در رابطه‌ی (۵) به ترتیب بیانگر روابط مشخصه‌های  $\alpha$  و  $\beta$  است که این خطوط به صورت شماتیک در شکل (۱) نشان داده شده‌اند. این روابط نشان‌دهنده‌ی جهت مشخصه‌های  $\alpha$  و  $\beta$  در صفحه‌ی  $(x, y)$  بوده و امتداد این خطوط صفحاتی را نشان می‌دهد که بر روی آنها معیار گسیختگی موهر-کولمب ارضاء می‌شود [۴۱]. دستگاه معادلات نوشته شده در سیستم مختصات کارترین را می‌توان در دستگاه مختصاتی که مشخصه‌های  $\alpha$  و  $\beta$  محورهای آن را تشکیل می‌دهند به صورت زیر بازنویسی کرد [۳۶]:

$$-\sin 2\mu \frac{\partial \sigma}{\partial s_\alpha} + 2R \frac{\partial \theta}{\partial s_\alpha} + \gamma \left[ \sin(-\varepsilon + 2\mu) \frac{\partial x}{\partial s_\alpha} + \cos(-\varepsilon + 2\mu) \frac{\partial y}{\partial s_\alpha} \right] = 0 \quad (6)$$

$$\sin 2\mu \frac{\partial \sigma}{\partial s_\beta} + 2R \frac{\partial \theta}{\partial s_\beta} + \gamma \left[ \sin(-\varepsilon - 2\mu) \frac{\partial x}{\partial s_\beta} + \cos(-\varepsilon - 2\mu) \frac{\partial y}{\partial s_\beta} \right] = 0$$

دستگاه معادلات (۶) در واقع نقطه‌ی شروع حل مسائل تعادل خمیری در محیط‌های خاکی دو بعدی با استفاده از روش مشخصه‌های تنش است [۳۶]. نحوه‌ی استفاده از روش مشخصه‌های تنش توسط سوکولفسکی [۲۰]، لارکین [۴۲]، جیمز و برانسبی [۴۳]، گراهام [۴۴]، لی و هرینگتون [۴۵]، بولتن و لو [۳۰] و کومار و موهان راتو [۲۲-۲۳] به تفصیل بیان شده است.

### ۳- روش‌های مختلف حل مسئله‌ی زبری

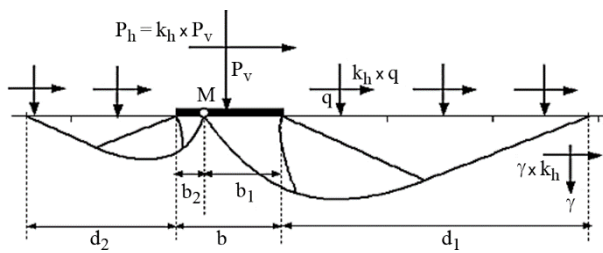
به طور کلی برای خاک زیر پی زبر دو مکانیسم گسیختگی پیشنهاد شده است. در مکانیسم اول هیچ کدام از مشخصه‌های  $\beta$  به کف پی نمی‌رسند، بنابراین در این حالت یک گوه‌ی غیرخمیری کامل در زیر پی تشکیل می‌شود. در مکانیسم دوم برخی از مشخصه‌های  $\beta$  به کف پی رسیده و در این حالت گوه‌ی غیرخمیری به صورت ناقص و تنها در بخشی از کل عرض پی ایجاد می‌گردد [۲۸-۲۹]. لازم به ذکر است که نوع مکانیسم گسیختگی به مقادیر زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک ( $\varphi$ ) و پارامتر نسبت بار ( $\lambda = (q + c \cot \varphi) / \gamma B$ ) بستگی دارد [۲۹].

به طور معمول برای هر دو مکانیسم بیان شده در وضعیت استاتیکی یا لرزه‌ای فرض می‌شود که نسبت تنش برشی ( $\tau_{xy}$ ) به تنش نرمال ( $\sigma_x$ ) یا همان شیب فشار تماس کف پی در تمام طول سطح تماس پی و خاک یکنواخت بوده، که البته فرضی ساده کننده است. برای یک پی زبر در وضعیت استاتیکی نشان داده شده که نسبت  $\tau_{xy}$  به  $\sigma_x$  در مرکز پی برابر صفر بوده و در فاصله‌ای قبل از لبه‌ی پی از هر طرف آن به حداکثر مقدار خود می‌رسد [۱۶]. تنش برشی در سطح تماس پی و خاک تنها می‌تواند برای یک پی زبر وجود داشته باشد، با این حال برای یک پی زبر در وضعیت لرزه‌ای به سادگی نمی‌توان تأیید کرد که نسبت تنش برشی به تنش نرمال در تمام طول سطح تماس پی و خاک یکنواخت باقی بماند [۲۳]. بررسی‌های اخیر [۲۱، ۳۴، ۳۷] نشان داده که نحوه‌ی توزیع نسبت مؤلفه‌ی مماسی بر مؤلفه‌ی قائم فشار تماس در کف پی، ظرفیت باربری پی‌ها را متأثر می‌سازد و توزیع یکنواخت یا غیر یکنواخت آن در کف پی می‌تواند بر روی ظرفیت باربری پی تأثیرگذار باشد. بنابراین، یکنواختی یا غیریکنواختی شیب فشار تماس کف پی از موضوعات مطرح در بررسی نقش زبری بر ضرایب ظرفیت باربری محسوب می‌شود که در ادامه به آن پرداخته شده است.

#### ۳-۱- شیب فشار تماس یکنواخت در کف پی

##### ۳-۱-۱- زبری به صورت شیب فشار تماس

در محاسبه‌ی ضرایب ظرفیت باربری فرض بر آن است که هر



شکل (۲): تصویر شماتیک وضعیت بارگذاری لرزه‌ای پی نواری [۳۴].

است که در این شرایط برای جلوگیری از ناپایداری عددی، مقدار سربار برابر عدد کوچکی قرار داده می‌شود. برای حل مسئله از لبه‌ی سمت راست پی، شرایط مرزی در زیر و سطح آزاد زمین مجاور پی به ترتیب با روابط (۸) و (۹) تعریف می‌شود [۲۲، ۳۴]:

$$\theta_f = 0.5 \left[ \sin^{-1} \left( \frac{\sin \delta}{\sin \phi} \right) + \delta \right] \quad (۸)$$

$$\theta_{gr} = 0.5 \left[ \pi - \sin^{-1} \left( \frac{\sin \delta}{\sin \phi} \right) + \delta \right] \quad (۹)$$

به منظور محاسبه‌ی ضریب ظرفیت باربری  $N_q$  فرض بر آن است که محیط فاقد وزن و چسبندگی بوده و تنها دارای سربار است ( $q \neq 0, c = 0, \gamma = 0$ ). معادلات دیفرانسیل تعادل در محیط بی‌وزن از نوع همگن و مکانیسم گسیختگی توده‌ی خاک یک طرفه است و حل مسئله از لبه‌های سمت راست و چپ پی فشار تماس یکنواختی برای زیر پی به دست می‌دهد. برای حل مسئله، با توجه به شرایط مرزی مشابه با محاسبه‌ی ضریب  $N_\gamma$ ، مسئله از لبه‌های سمت راست و چپ پی حل و کمترین مقدار به دست آمده به عنوان ظرفیت باربری پی معرفی می‌شود. سپس، ضریب  $N_q$  به کمک رابطه‌ی (۱۰) محاسبه می‌شود [۳۴]:

$$N_q = q_v / q \quad (۱۰)$$

در تعیین ضریب ظرفیت باربری  $N_c$  نیز فرض بر آن است که محیط فاقد وزن و سربار بوده و تنها دارای چسبندگی است ( $q = 0, c \neq 0, \gamma = 0$ ). در این حالت روش حل مانند شرایط تعیین ضریب  $N_q$  است، با این تفاوت که به هنگام حل مسئله از لبه‌ی سمت راست پی، شرایط مرزی برای زیر و سطح آزاد زمین مجاور پی به ترتیب مطابق روابط (۱۱) و (۱۲) تعریف می‌شود [۳۴]:

سه عامل نیروی حجمی ( $\gamma$ )، سربار وارد بر سطح آزاد مجاور پی ( $q$ ) و شیب بار یا همان شیب فشار تماس کف پی ( $\delta_f$ )، با راستای قائم زاویه‌ای یکنواخت و متناسب با ضریب افقی شتاب زلزله برابر  $\tan^{-1}(k_h)$  می‌سازند. بنابراین، لحاظ کردن زوایای مختلف برای نیروی کل یا برآیند فشار تماس زیر پی به نوعی می‌تواند مدلی از زبری یکنواخت برای پی تلقی شود که با افزایش یا کاهش آن، از مقدار زبری بالقوه‌ی بسیج شده در کف پی کاسته و یا بر مقدار آن افزوده می‌شود. کمالیان و همکاران [۳۴] ضرایب ظرفیت باربری لرزه‌ای پی نواری مستقر بر زمین افقی را ابتدا با فرض بیشینه مقدار شیب فشار تماس و سپس برای مقادیر کمتر از آن محاسبه کردند. برای حل مسئله، زاویه‌ی تنش اصلی حداکثر با راستای قائم در کف پی ( $\theta_f$ ) متناسب با زاویه‌ی  $\delta_f$  اصلاح و نسبت  $\tan(\delta_f) / k_h$  برابر پنج مقدار صفر،  $\frac{1}{3}$ ،  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{2}{3}$  و یک انتخاب شد [۳۴]. در ادامه، ابتدا نحوه‌ی تعیین ضرایب ظرفیت باربری تشریح و سپس اثرات ناشی از تغییر شیب فشار تماس کف پی بر این ضرایب بررسی شده است.

آرایش خطوط مشخصه در وضعیت بارگذاری لرزه‌ای نامتقارن است و حل مسئله از لبه‌های سمت راست یا چپ پی پاسخ یکسانی به دست نمی‌دهد. بنابراین، مطابق شکل (۲) ابتدا مسئله با فرض مقدار اولیه‌ای برای پهنای ناحیه‌ی خمیری در مجاورت لبه‌ی راست پی ( $d_1$ ) حل و فشار تماس و پهنای ناحیه‌ی خمیری نیمه‌ی راست کف پی ( $b_1$ ) محاسبه می‌شود. سپس با توجه به یکسان بودن مقدار میانگین تنش‌های اصلی در نقطه‌ی  $M$ ، مسئله با فرض همان مقدار اولیه‌ی  $d_1$  این بار از لبه‌ی سمت چپ پی حل و پهنای نواحی خمیری  $d_2$  و  $b_2$  اصلاح می‌شود. در نهایت، عرض نهایی پی از جمع دو مقدار  $b_1$  و  $b_2$  حاصل می‌شود و پس از محاسبه‌ی میانگین مؤلفه‌ی قائم فشار تماس زیر پی ( $q_v$ )، ضریب ظرفیت باربری  $N_\gamma$  با استفاده از رابطه‌ی (۷) به دست خواهد آمد [۳۴]:

$$N_\gamma = q_v / (0.5 \times b \times \gamma) \quad (۷)$$

در تعیین ضریب  $N_\gamma$  فرض بر آن است که محیط وزین و فاقد سربار و چسبندگی است ( $q \neq 0, c = 0, \gamma \neq 0$ ). لازم به ذکر

لازم به ذکر است که این مسئله به تفصیل در ادبیات فنی [۳۴] مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

نتایج نشان می‌دهد که مقادیر ضرایب  $N_q$  و  $N_\gamma$  در تمام حالات از مقادیر نظیر آنها در وضعیت استاتیکی کوچک‌تر هستند. همچنین، شیب بار وارد بر کف پی نیز ظرفیت باربری لرزه‌ای پی را متأثر می‌سازد. با افزایش شیب بار کف پی و نزدیک شدن آن به راستای افقی و یا به نوعی با کاهش زبری یکنواخت در کف پی، از مقادیر ضرایب  $N_q$  و  $N_\gamma$  به‌طور پیوسته کاسته می‌شود. به عبارت دیگر، هرچه قدر شیب فشار تماس کمتر و راستای آن به محور قائم نزدیک‌تر باشد، ظرفیت باربری لرزه‌ای پی بزرگ‌تر خواهد بود. بنابراین، مشابه با حالت بارگذاری استاتیکی، با افزایش شیب فشار تماس یا به نوعی با کاهش زبری از مقدار ظرفیت باربری قائم کاسته خواهد شد [۳۴، ۴۷].

### ۳-۱-۲- زبری کامل با لحاظ کردن گوهی منحنی شکل غیرخمیری در کف پی

در نظریه‌های موجود در ادبیات فنی، برای تعیین ضریب  $N_\gamma$  عموماً از یک مکانیسم گسیختگی دوطرفه بدون گوهی غیرخمیری برای پی صیقلی و یک گوهی مثلثی غیرخمیری برای پی زبر استفاده شده است [۲۵]. در حالت اخیر، زاویه‌ی گوهی مثلثی نسبت به راستای افق به‌طور معمول از  $\varphi$  [۱] تا  $\pi/4 + \varphi/2$  [۳] متغیر در نظر گرفته شده است. زاویه‌ی اصطکاک بسیج شده در امتداد سطح تماس خاک و پی برای یک پی نواری کاملاً زبر به تدریج از مقدار صفر در مرکز پی تا  $\varphi$  در لبه‌ی پی افزایش می‌یابد [۳، ۱۶]. از آنجایی که بزرگای اصطکاک بسیج شده در لبه‌های پی برابر  $\varphi$  است، بنابراین (۱) مرز گوهی غیرخمیری باید مماس با امتداد کف پی از هر لبه‌ی آن شروع شود و (۲) در امتداد صفحه‌ی قائم گذرنده از مرکز پی نباید تنش برشی به وجود بیاید و مرز گوهی مثلثی با محور تقارن پی نیز باید زاویه‌ای برابر  $\pi/4 - \varphi/2$  بسازد [۲۵]. این دو شرط نمی‌تواند به‌طور هم‌زمان توسط گوهی مثلثی در زیر پی ارضاء شود، بلکه با ملحوظ کردن گوهی با خطوط گسیختگی منحنی شکل ارضاء خواهد شد. این خطوط، مماس با

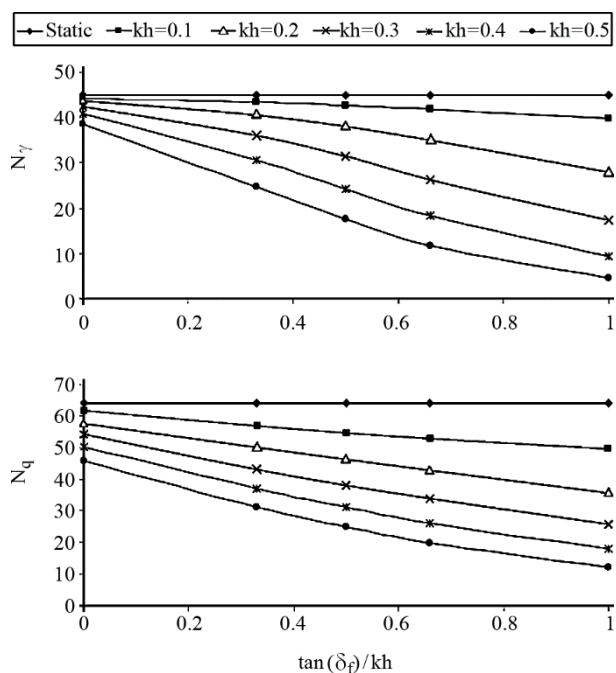
$$\tau_{xy} / \sigma_x = R \sin 2\theta_f / (\sigma + R \cos 2\theta_f) = k_h \quad (11)$$

$$\theta_{gr} = \pi / 2 \quad (12)$$

به دلیل وجود چسبندگی در رابطه‌ی (۱۱)، زاویه‌ی  $\theta_f$  به میانگین تنش‌های اصلی زیر پی وابسته است. در این حالت، مسئله با تبدیل محیط چسبنده به دانه‌ای معادل با سرباری برابر  $c \cot \varphi$  به کمک قضیه‌ی حالات مرتبطه [۴۶] و با فرض مقدار اولیه‌ای برای  $\theta_f$  از لبه‌های سمت راست و چپ پی حل می‌شود. کمترین مقدار فشار تماس به دست آمده در حل مسئله از لبه‌های سمت راست و چپ پی به عنوان ظرفیت باربری پی معرفی می‌شود. در نهایت، ضریب  $N_c$  به کمک رابطه‌ی (۱۳) محاسبه می‌شود [۳۴]:

$$N_c = q_v / c \quad (13)$$

تغییرات ضرایب ظرفیت باربری با ضریب افقی شتاب زلزله و شیب بار کف پی تنها برای ضرایب  $N_q$  و  $N_\gamma$  به ازای  $\varphi = 40^\circ$  در شکل (۳) نشان داده شده است، زیرا مقادیر زوایای نیروی حجمی و سربار وارده بر سطح آزاد زمین با راستای قائم تنها در ارزیابی تغییرات ضرایب اخیر متغیر است و مقادیر آنها با توجه به اصل جمع آثار قوا<sup>۲</sup> در محاسبه‌ی ضریب  $N_c$  برابر صفر است.



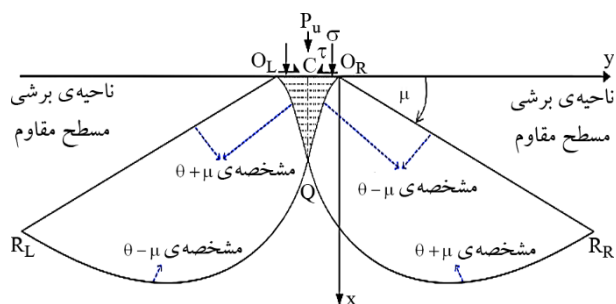
شکل (۳): تغییرات  $N_q$  و  $N_\gamma$  با ضریب افقی شتاب زلزله و شیب بار کف پی برای خاک با  $\varphi = 40^\circ$  [۳۴].

تعداد کلی قائم گوهی غیرخمیری  $CQOR$  به دست آورد [۲۵]. بولتن و لو [۳۰]، با استفاده از روش مشخصه‌های تنش و با ملحوظ کردن گوهی مثلثی غیرخمیری در زیر پی، ضرایب  $N_q$  و  $N_\gamma$  را برای پی‌های نواری و مدور زیر محاسبه کردند. در این حالت فرض شده است که اصطکاک بین پی و خاک موجب ایجاد گوهی مثلثی الاستیکی در زیر پی می‌شود که این گوه با راستای افق زاویه‌ای برابر  $\pi/4 + \phi/2$  می‌سازد و مقدار اصطکاک بسیج شده در امتداد سطوح شیب‌دار گوه برابر  $\phi$  است [۳۰]. مقایسه‌ی نتایج به دست آمده توسط کومار [۲۵] و بولتن و لو [۳۰] برای پی‌های زیر نشان داد که اتخاذ گوهی مثلثی در زیر پی، مقدار ضریب ظرفیت باربری  $N_\gamma$  را به ازای  $\phi > 25^\circ$  محافظه کارانه به دست می‌دهد و اختلاف جواب‌های آن‌ها با افزایش مقدار زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک بیشتر نیز می‌شود. همچنین، مقدار ضریب  $N_\gamma$  به دست آمده توسط بولتن و لو [۳۰] با فرض فشار تماس یکنواخت و گوهی مثلثی شکل غیرخمیری در زیر پی در حالت زبری کامل از مقادیر متناظر حاصل از روش آنالیز حدی مرز بالا و مقادیر به دست آمده توسط مارتین [۲۱] و کومار [۲۵] به میزان قابل توجهی بیشتر بوده است. به عنوان مثال، مقادیر ضریب  $N_\gamma$  برای پی نواری زیر به ازای  $\phi = 40^\circ$  توسط بولتن و لو [۳۰] و مارتین [۲۱] به ترتیب برابر ۱۲۱ و ۸۵/۵ گزارش شده است. بنابراین، یکنواخت فرض کردن شیب فشار تماس کف پی فرض مناسبی نبوده و نتایج را به میزان قابل ملاحظه‌ای تحت تأثیر قرار می‌دهد.

نتایج نشان داده است که زبری پی تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر ضریب  $N_\gamma$  دارد، اما ضرایب ظرفیت باربری  $N_q$  و  $N_c$  با تغییرات زبری سطح تماس خاک و پی متأثر نمی‌شوند. به طور کلی تفاوت قابل توجهی در بزرگای  $N_\gamma$  برای حالات صیقلی و زبر مشاهده شده است [۳، ۱۵، ۲۴، ۲۵، ۳۰، ۴۹]. مقدار  $N_\gamma$  گزارش شده برای پی صیقلی توسط محققین مختلف بسیار به هم نزدیک است، اما با این حال تفاوت قابل ملاحظه‌ای در مقادیر ضریب  $N_\gamma$  به دست آمده برای پی زبر وجود دارد [۲۵]. نتایج نشان داده است که فشار کف پی زبر با افزایش فاصله از لبه به سمت مرکز پی به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد. همچنین، مشاهده شده است که این تغییرات برای

کف پی از لبه‌های دو طرف آن شروع شده و در امتداد محور تقارن با زاویه‌ای برابر  $\pi/2 - \phi$  خاتمه می‌یابد [۲۵، ۴۸].

ضریب ظرفیت باربری استاتیکی  $N_\gamma$  برای پی نواری کاملاً زبر ( $\delta = \phi$ ) با استفاده از روش مشخصه‌های تنش با ملحوظ کردن گوهی منحنی شکل غیرخمیری در زیر پی توسط کومار [۲۵] محاسبه شده است. در این حالت، برای یک پی با زبری کامل مستقر بر محیط غیرچسبنده، نسبت تنش برشی ( $\tau$ ) به تنش نرمال ( $\sigma$ ) تنها در لبه‌های پی برابر  $\tan\phi$  در نظر گرفته شده است. با توجه به افزایش تدریجی زاویه‌ی اصطکاک بسیج شده در امتداد سطح تماس خاک و پی از مقدار صفر در مرکز پی تا مقدار  $\phi$  در لبه پی، نسبت تنش برشی به تنش نرمال نیز باید در امتداد کف پی از مقدار صفر در مرکز تا مقدار  $\tan\phi$  در لبه‌های دو طرف پی افزایش یابد. اما در این حالت توزیع نسبت تنش برشی به تنش نرمال به صورت یکنواخت و تنها در لبه‌های پی برابر حداکثر مقدار اصطکاک بسیج شده فرض می‌شود. جهت‌های مربوط به تنش‌های نرمال و برشی در لبه‌های پی در شکل (۴) نشان داده شده‌اند. با پیروی از شرایط فوق، مقدار  $\theta$  در امتداد کف و لبه‌های پی برابر  $\pi/4 - \phi/2$  خواهد شد [۲۵]. در امتداد صفحه‌ی قائم گذرنده از مرکز پی، تنش برشی برابر صفر است و این صفحه به عنوان صفحه‌ی اصلی حداقل شناخته شده و مقدار  $\theta$  در امتداد خط مرکزی پی برابر صفر است. مجدداً روش استاندارد تفاضل حدی سوکولفسکی [۲۰] برای حل عددی تا آخرین خط مشخصه‌ی  $\alpha$  ( $QOR$ ) استفاده شده است. از آنجایی که مرز حوزه‌ی خمیری به غیر از لبه‌های پی تا کف پی گسترش نیافته است، بنابراین فشار قائم در امتداد کف پی را نمی‌توان به دست آورد. با این حال، مقدار تقریبی فشار کف پی ( $P_{II}$ ) را می‌توان از



شکل (۴): مکانیسم گسیختگی و گوهی منحنی شکل زیر پی [۲۵].





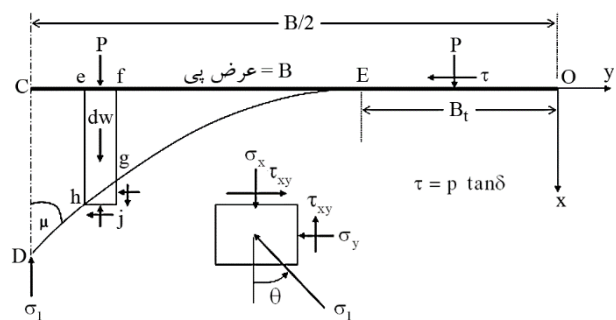
یافته و این بدان معنی است که با افزایش زبری، عرض گوهی منحنی شکل به تدریج افزایش یافته است. برای  $\delta = 0$  صرف نظر از مقدار  $\varphi$ ، مقدار  $B_1/B$  همواره برابر  $0.5$  است و یا به عبارت دیگر، برای یک پی صیقلی هیچ گوهی در زیر پی وجود نخواهد داشت. این مشاهدات با آنالیزهای مختلف انجام شده توسط محققین مختلف [۳، ۲۰، ۳۰، ۴۲، ۴۸-۵۰] بر روی پی صیقلی در تطابق است.

از سوی دیگر برای  $\delta = \varphi$ ، مقدار  $B_1/B$  برای مقادیر بزرگ تر  $\varphi$  به صفر نزدیک می‌شود و این بدان معنی است که برای یک پی کاملاً زبر نقطه‌ی ظهور گوهی منحنی شکل به تدریج به سمت لبه‌های پی میل می‌کند. با این حال برای مقادیر کوچک تر  $\varphi$ ، مقدار  $B_1/B$  حتی برای  $\delta/\varphi = 1$  همواره بزرگ تر از صفر است. فشار کف پی نیز به طور مداوم با حرکت از لبه‌ها به سمت مرکز پی افزایش یافته و بزرگای فشار در هر نقطه در امتداد کف پی برای مقادیر بزرگ تر  $\varphi$  و  $\delta$  بیشتر است. مشاهده شده است که مقدار فشار برای  $\delta = \varphi$  و  $\delta = 0$  در حرکت به سمت مرکز پی به ترتیب به صورت خطی و غیرخطی افزایش می‌یابد. همچنین، ترسیم الگوهای گسیختگی خاک در زیر پی توسط کومار [۲۴] نیز نشان داد که حداکثر عمق بیرونی ترین مشخصه  $\beta$  (RKD) و میزان خمیدگی گوهی منحنی شکل غیرخمیری در مشخصه ED با افزایش زبری به طور پیوسته افزایش یافته است.

### ۳-۲-۲- زبری به صورت معادله‌ی خط و سهمی

کومار و گاش [۲۷] در محاسبه‌ی ضریب ظرفیت باربری استاتیکی  $N_\gamma$  برای پی‌های حلقوی و مدور با استفاده از روش مشخصه‌های تنش، توزیع زبری کف پی را به سه حالت مختلف به صورت معادلات (۱) مقعر سهموی<sup>۱</sup>، (۲) خطی<sup>۲</sup> و (۳) محدب سهموی<sup>۱۱</sup> در نظر گرفتند. مشابه با حالات قبل، در این روش نیز نسبت تنش برشی به تنش نرمال در هر نقطه در سطح تماس کف پی و خاک برابر  $\tan \delta$  تعریف شده است. همچنین، پارامتر  $\delta$  به عنوان زاویه‌ی اصطکاک سطح تماس بین کف پی و مصالح غیرچسبنده‌ی زیر آن معرفی شده است. آنالیزهای انجام شده بر

مشخصه ED به صورت عددی ایجاد می‌شود، هیچ تقریبی در تعیین مقدار بار گسیختگی نهایی پی ( $P_u$ ) وجود نخواهد داشت. در نتیجه، برای دستیابی به فشار قائم ( $P$ ) در امتداد مرز CE در بالای گوهی غیرخمیری، مشابه آنالیزهای پیشین انجام شده توسط محققین [۲۵]، فرض بر آن است که برای هر یک از المان‌های efg h نشان داده شده در شکل (۶)، نیروهای برشی به وجود آمده در امتداد صفحات eh و fg هیچ مشارکتی در جهت قائم ندارد [۲۴].



شکل (۶): متغیرها و جزئیات گوهی منحنی شکل در زیر نیمه‌ی سمت راست پی زبر [۲۴].

در برنامه‌ی انجام محاسبات به جای انتخاب یک مقدار مشخص برای  $B_1$ ، تعداد مشخصه‌های  $\beta$  انتخاب شده به منظور پوشش طول OE در امتداد کف پی همواره ثابت در نظر گرفته شده است. با این حال، برای مقادیر معلوم  $\delta/\varphi$  و  $\varphi$ ، تعداد مشخصه‌های  $\beta$  بر روی نسبت  $B_1/B$  و بزرگای  $P_u$  مرتبط با آن تأثیر نمی‌گذارد. محاسبات انجام شده نشان داد که به ازای مقادیر مختلف  $\delta/\varphi$  و  $\varphi$ ، نسبت طول ED به  $B_1$  تقریباً ثابت باقی می‌ماند و به مقدار  $B_1$  انتخاب شده بستگی ندارد. به عبارت دیگر، مقدار  $B_1/B$  و بزرگای بار گسیختگی مرتبط با آن برای یک  $\delta/\varphi$  و  $\varphi$  مشخص، یکسان بوده است [۲۴].

نتایج نشان داده است که با افزایش زبری، بزرگای  $N_\gamma$  به ازای هر کدام از مقادیر زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک به طور پیوسته افزایش یافته و تغییرات  $N_\gamma$  در مقادیر زبری کمتر به طور مشخص برای مقادیر بزرگ تر  $\varphi$  قابل توجه تر بوده است. مقدار  $B_1/B$  با افزایش نسبت  $\delta/\varphi$  برای تمام مقادیر  $\varphi$  کاهش



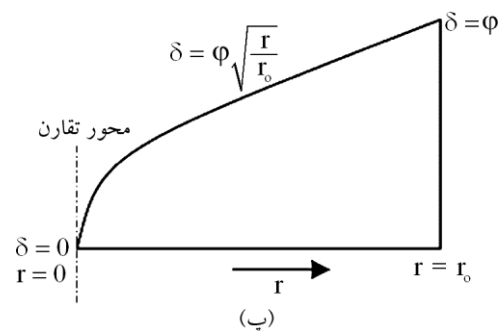
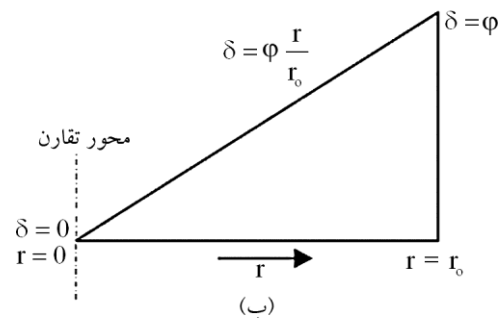
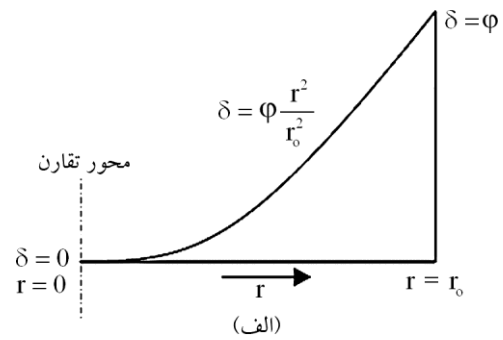
سه‌موی، خطی و محدب سه‌موی هستند. با توجه به اینکه نسبت  $r/r_0$  همواره کوچک‌تر از ۱ است، متوسط مقدار بسیج شده برای  $\delta$  در امتداد کف پی در حالت توزیع زبری به صورت مقعر سه‌موی کمترین مقدار سه حالت فوق‌الذکر است. نتایج حاصل از مقایسه‌ی حالت‌های مختلف زبری اتخاذ شده در این تحقیق نشان داد که در نظر گرفتن زبری به صورت معادلات پیش‌فرض تأثیر قابل توجهی بر مقدار ضریب  $N_p$  دارد. پاسخ‌های حاصل از توزیع زبری به صورت مقعر سه‌موی و محدب سه‌موی به ترتیب کمترین و بیشترین مقدار ضریب  $N_p$  را برای مقادیر مختلف زاویه‌ی اصطکاک داخلی ( $10 \leq \phi \leq 50$ ) با افزایش ۱۰ درجه در هر مرحله) و نسبت شعاع داخلی به شعاع خارجی پی حلقوی ( $0 \leq r_1/r_0 \leq 0.75$ ) با افزایش ۰/۲۵ در هر مرحله) به دست داده است. مقادیر حاصل از توزیع زبری به صورت خطی نیز در محدوده‌ی بین دو حالت توزیع مقعر سه‌موی و محدب سه‌موی قرار گرفته است [۲۷].

در ادامه به منظور تعیین حداقل مقدار بار گسیختگی، تمام محاسبات مکرراً با توزیع مقعر سه‌موی انجام شد و تغییرات فشار کف پی برای دو حالت پی صیقلی و زبر به دست آمد. نتایج نشان داد که مقدار فشار به دست آمده در زیر پی زبر بیشتر از فشار زیر پی صیقلی بوده است. الگوی گسیختگی خاک زیر پی زبر با پی صیقلی متفاوت بوده و گروه خطوط مشخصه در پی زبر در ناحیه‌ی کوشی اندکی از خط مستقیم منحرف شده است. همچنین، مشاهده شد که در یک شرایط مشابه برای پی و خاک زیر آن، وسعت حوزه‌ی خمیری شده در زیر پی زبر به طور مشخص از پی صیقلی بیشتر بوده است [۲۷].

### ۳-۲-۳- روش مارتین در حل مسئله‌ی زبری

در مسئله‌ی مارتین [۲۸، ۲۱]، معادلات تنش در وضعیت استاتیکی و برای شرایط مرزی نشان داده شده در شکل (۸) حل شده‌اند. در این حالت بر روی سطح آزاد افقی  $A_y$  فرض بر آن است که مقدار سربار یکنواخت  $q_0 \geq 0$  و مقدار تنش برشی برابر صفر است ( $\tau_{Ay} = 0$ ). المان‌های خاک در امتداد  $A_y$

این فرض استوار بوده است که مقدار  $\delta$  برای پی زبر به تدریج از مقدار صفر در محور تقارن تا مقدار  $\phi$  برابر زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک در لبه‌ی پی افزایش می‌یابد. سه حالت مختلف اتخاذ شده برای زبری پی در شکل (۷) نشان داده شده‌اند.



شکل (۷): حالت‌های مختلف زبری پی  $(\phi)$  (الف) مقعر سه‌موی، (ب) خطی، و (پ) محدب سه‌موی [۲۷].

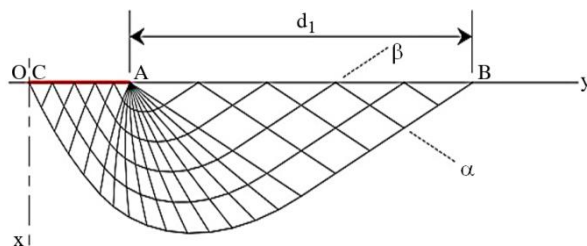
مقدار  $\delta$  در امتداد سطح تماس خاک و پی در فاصله‌ی شعاعی  $r$  نسبت به محور تقارن برای سه حالت فوق‌الذکر توسط روابط (۱۶) تعریف شده است [۲۷]:

$$\begin{aligned} \delta &= \phi \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \\ \delta &= \phi \left( \frac{r}{r_0} \right) \\ \delta &= \phi \left( \frac{r}{r_0} \right)^{0.5} \end{aligned} \quad (16)$$

روابط (۱۶) به ترتیب بیانگر معادلات مربوط به حالت‌های مقعر

**(الف) حل نوع (۱) - پی صیقلی ( $\delta = 0$ ):** برای یک پی صیقلی

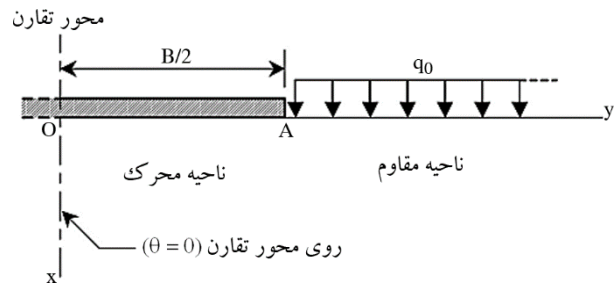
در موقعیت  $y = 0$ ، مقدار  $\theta = 0$  است، بنابراین تنش اصلی حداکثر ( $\sigma_1$ ) قائم بوده و در نتیجه  $\theta_{OA} = 0$  است. در این حالت، مطابق شکل (۹) تمامی خطوط مشخصه  $\beta$  از سطح زمین به سمت کف پی گسترش می‌یابند [۲۸]. به منظور تعیین نحوه‌ی گسترش شبکه‌ی خطوط مشخصه، از فرآیند تنظیم تکرار<sup>۱۲</sup> به گونه‌ای استفاده می‌شود که آخرین خط مشخصه  $\beta$  پی را در محور تقارن قطع نماید. بنابراین، فاصله‌ی  $d_1$  باید به نحوی تنظیم شود تا بیرونی‌ترین خط مشخصه  $\beta$  (مشخصه‌ی BC) با کمترین تلورانس پی را در نقطه‌ی O واقع بر محور تقارن قطع نماید. لازم به ذکر است که در سازگاری میدان سرعت، در امتداد کف پی و خارج از شبکه‌ی خطوط مشخصه، ناپیوستگی وجود دارد و خاک بیرون از شبکه صلب فرض می‌شود [۲۱].



شکل (۹): آرایش مشخصه‌های تنش در زیر یک پی صیقلی [۲۸].

**(ب) حل نوع (۲) - پی کاملاً زبر ( $\delta = \varphi$ ):** در حل نوع (۲)،

الزامات ارضای شرایط مرزی بر روی محور x بدان معنی است که زبری در هیچ کدام از نقاط سطح تماس پی و خاک بسیج نمی‌شود و مطابق شکل (۱۰) هیچ کدام از خطوط مشخصه  $\beta$  نمی‌توانند به زیر پی برسند و همه‌ی آنها در موقعیتی درون محیط خاک خاتمه می‌یابند. لازم به ذکر است که در این شرایط هیچ گونه نیازی به اعمال شرط مرزی پی زبر (رابطه‌ی ۱۸) نیست [۲۱]. در امتداد صفحه‌ی عمودی عبوری از مرکز پی تنش برشی وجود نداشته و بر این اساس این صفحه باید صفحه‌ی اصلی حداقل باشد. بنابراین مرکز گوه‌ی منحنی شکل با محور تقارن زاویه‌ای برابر  $\pi/4 - \varphi/2$  می‌سازد [۲۹]. فرآیند تنظیم تکرار در این حالت همان‌طور که در شکل (۱۰) مشاهده می‌شود شامل دو متغیر (۱)



شکل (۸): شرایط مرزی مسئله‌ی مارتین [۲۸].

حالت گسیختگی مقاوم قرار دارند، یعنی تنش اصلی حداکثر ( $\sigma_1$ ) افقی و تنش اصلی حداقل ( $\sigma_3$ ) قائم و برابر  $q_0$  است. با استفاده از دایره‌ی موهر تنش، مقادیر  $\sigma_{Ay}$  و  $\theta_{Ay}$  را می‌توان به کمک روابط (۱۷) محاسبه کرد:

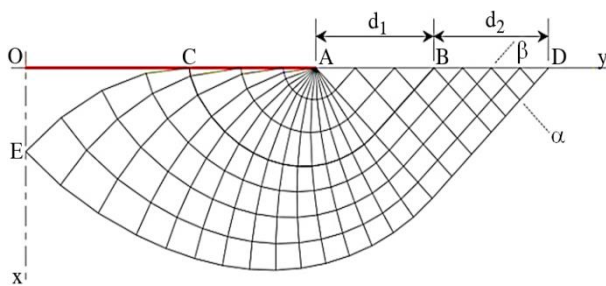
$$\sigma_{Ay} = (q_0 + c \cos \varphi) / (1 - \sin \varphi) \quad (17)$$

$$\theta_{Ay} = \pi / 2$$

المان‌های خاکی که مستقیماً در زیر پی قرار گرفته‌اند در وضعیت گسیختگی محرک قرار دارند. در این حالت با فرض پی صیقلی، تنش اصلی حداکثر قائم و  $\theta_{OA} = 0$  است. اما اگر سطح تماس خاک و پی زبر باشد و کل زبری نیز بسیج شود، آنگاه خطوط مشخصه  $\alpha$  بر کف پی مماس می‌شوند و مطابق آنچه پیش‌تر گفته شد،  $\theta_{OA}$  از رابطه‌ی (۱۸) تعیین می‌شود (به رابطه‌ی ۱۵ مراجعه شود):

$$\theta_{OA} = -\pi/4 - \varphi/2 \quad (18)$$

در مسئله‌ی مارتین تمامی آنالیزها بر طبق هندسه‌ی کرنش صفحه‌ای انجام شده و رفتار خاک به صورت صلب خمیری کامل با معیار گسیختگی موهر-کولمب، تغییرات چسبندگی به صورت خطی با عمق و زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک ثابت فرض شده است. محاسبات میدان تنش و سرعت برای پی‌های صیقلی و زبر با استفاده از روش مشخصه‌ها انجام شده است [۲۱، ۳۱]. فرض دیگر این است که مشخصه‌های تنش و سرعت منطبق بوده و صفحاتی را نشان می‌دهند که بر روی آنها دوایر موهر تنش بر پوش گسیختگی مماس می‌شوند. به‌طور کلی، سه حالت مختلف برای برآورد ظرفیت باربری استاتیکی پی نواری توسط مارتین در نظر گرفته شده است:



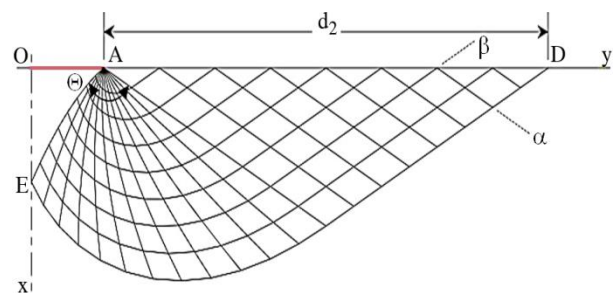
شکل (۱۱): آرایش مشخصه‌های تنش در زیر یک پی کاملاً زبر [۲۸].

در این حالت نیز مرز گوهی منحنی شکل غیرخمیری با محور تقارن پی زاویه‌ای برابر  $\pi/4 - \phi/2$  می‌سازد [۲۹]. ساخت این نوع از شبکه‌ی خطوط مشخصه مستلزم فرآیند تنظیم تکرار برای دو فاصله‌ی مجزا بر روی سطح آزاد زمین در مجاورت پی است تا مشخصه‌های  $\beta$  ای که به سطح زیرین پی می‌رسند را از آنهایی که به کف پی نمی‌رسند مشخص نماید. بنابراین، فواصل  $d_1$  و  $d_2$  باید به گونه‌ای تنظیم شوند که شرایط  $y=0$  و  $\theta=0$  در نقطه‌ی E تأمین شود [۲۱، ۳۱].

ضرایب  $N_\gamma$  به دست آمده به ازای مقادیر مختلف زبری در جدول (۱) نشان داده شده‌اند و شکل (۱۲) نیز تأثیر زبری بر ضریب  $N_\gamma$  را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهند که پی‌های با زوایای اصطکاک سطح تماس کوچک‌تر از  $\delta = \phi/3$  بدون در نظر گرفتن مقدار  $\phi$  همچنان حداقل ۷۵ درصد ظرفیت پی با زبری کامل را فراهم می‌کنند. در زوایای اصطکاک داخلی بزرگ، ضریب  $N_\gamma$  پی صیقلی به مقدار نصف ضریب  $N_\gamma$  پی زبر نزدیک می‌شود. لازم به ذکر است که گوهی غیرخمیری برای پی‌های کاملاً زبر ( $\delta = \phi$ ) یا درصدی زبر ( $\delta < \phi$ )، هرگز کل عرض پی را نمی‌پوشاند و این بدان معنی است که راه‌حل‌ها همواره از حل نوع ۳ هستند [۲۱]. بنابراین، حل نوع ۲ تنها حالت خاص و حدی حل نوع ۳ است.

نتایج نشان داده است که فرضیات اولیه‌ی مختلف برای پی زبر با احتساب حالت‌های مختلف برای گوه‌های غیرخمیری در زیر پی و یا فرض اشکال از پیش تعیین شده بالاخص در شرایطی که خاک دارای وزن است به نتایج نادرستی منتهی می‌شود. نتایج آنالیزهای مارتین [۲۱، ۲۸] نشان داد که شکل گوهی منحنی

میزان گسترش شبکه‌های مشخصه در امتداد سطح آزاد زمین و (۲) دهانه یا زاویه‌ی ناحیه‌ی گورست<sup>۱۳</sup> ( $\theta$ ) است. فاصله‌ی  $d_2$  و زاویه‌ی مذکور باید به گونه‌ای تنظیم شوند که شرایط  $y=0$  و  $\theta=0$  در درونی‌ترین نقطه‌ی E تأمین شود. در سازگاری میدان سرعت، گوهی منحنی شکل به همراه پی به صورت یک جسم صلب به سمت پایین حرکت می‌کند و موجب ایجاد ناپیوستگی میدان سرعت در امتداد درونی‌ترین خط مشخصه‌ی  $\alpha$  می‌شود [۲۱].



شکل (۱۰): آرایش مشخصه‌های تنش در زیر یک پی کاملاً زبر [۲۸].

(ب) حل نوع (۳) - پی کاملاً زبر ( $\delta = \phi$ ): در حل نوع (۳)، معادله‌ی (۱۸) به وضوح با الزامات تقارن عمومی ناسازگار بوده و این مسئله بدان معنی است که زبری بالقوه<sup>۱۴</sup> از سطح تماس پی و خاک هرگز در تمام طول کف پی بسیج نمی‌شود، بلکه همانطور که از شکل (۱۱) مشاهده می‌شود زبری کامل تنها در طول سطح تماس CA از کف پی بسیج می‌شود. در این حالت اگر میدان تنش به درون ناحیه‌ی الاستیک (OEC) گسترش یابد، آنگاه تنش‌های روی سطح OC در داخل پوش موهر-کولمب قرار می‌گیرند. لازم به ذکر است که در شرایطی بسته به نوع مسئله، زبری کامل نیز می‌تواند در کل طول OA بسیج شود. پارامترهای مسئله در حل نوع (۳) به گونه‌ای است که مطابق شکل (۱۱) برخی از مشخصه‌های درونی  $\beta$  می‌توانند از سطح زمین به سمت کف پی گسترش یابند. الباقی خطوط مشخصه‌ی  $\beta$  در موقعیتی در میانه‌های خاک خاتمه یافته‌اند. خطوط مشخصه‌ی  $\alpha$  ای که در بخشی از کف پی ظاهر می‌شوند به کف پی مماس هستند و در این بخش از سطح تماس خاک و پی تمام مقاومت برشی خاک بسیج شده است [۲۱].

روش مشخصه‌ها برای حالات مختلف پی‌های مستقر بر زمین افقی، متکی بر شیب و مستقر در مجاورت شیب در وضعیت‌های استاتیکی و لرزه‌ای توسط بسیاری از محققین انجام شده است. حال وقت آن است که برآورد این ضرایب برای پی‌های زبر در حالات مختلف قرارگیری پی مورد توجه قرار گیرد. لازم به ذکر است اخیراً برخی از مسائل مرتبط با این حوزه توسط احمدی و همکاران [۵۱-۵۲] مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

### ۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، معادلات حاکم، شرایط مرزی و روش‌های ایجاد میدان تنش برای پی‌های صیقلی و زبر با استفاده از روش مشخصه‌های تنش تشریح شد. همچنین، نحوه‌ی اتخاذ زبری، چگونگی توزیع یکنواخت یا غیریکنواخت آن و نیز اثرات ناشی از آن بر ظرفیت باربری پی مورد بحث و بررسی قرار گرفت. در جدول (۲) خلاصه‌ای از فرضیات و شرایط حل مسائل ظرفیت باربری پی سطحی زبر و نتایج مستخرج از مهم‌ترین کارهای ثبت شده در ادبیات فنی ارائه شده است. به‌طور کلی از مرور پژوهش‌های صورت گرفته در این حوزه می‌توان به نتایج زیر اشاره کرد:

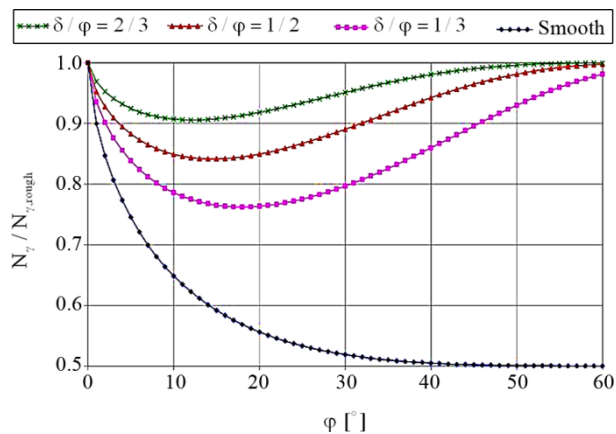
در نظر گرفتن زبری ظرفیت باربری پی را متأثر می‌کند. فشار تماس زیر یک پی زبر بیشتر از پی صیقلی بوده و الگوی گسیختگی خاک زیر آنها با یکدیگر متفاوت است. وسعت حوزه‌ی خمیری در زیر پی زبر به‌طور مشخص از پی صیقلی بیشتر است. توزیع فشار در زیر پی‌های صیقلی و زبر به سمت مرکز پی به‌صورت خطی و غیرخطی افزایش می‌یابد. آرایش مشخصه‌های تنش مربوط به ضرایب ظرفیت باربری ناشی از سربار و چسبندگی مشابه هستند و زبری پی تأثیری بر مقدار بار گسیختگی آنها ندارد، اما مؤلفه‌ی ناشی از وزن به‌طور قابل ملاحظه‌ای از زبری پی متأثر می‌شود.

زبری پی در روش مشخصه‌ها به‌طور معمول با اتخاذ شیب فشار تماس در کف پی، معادلات پیش‌فرض، گوه‌های مثلثی یا منحنی شکل غیرخمیری با فرضیات اولیه‌ی مختلف در نظر گرفته شده است. هر کدام از این فرضیات مقادیری از ظرفیت باربری را به دست می‌دهند که در بین حدود بالا و پایین پاسخ‌ها قرار می‌گیرند،

غیرخمیری که می‌تواند بخشی یا تمام عرض پی را بپوشاند، طی فرآیند تکرار مورد نیاز برای تعیین شبکه‌ی خطوط مشخصه برای هر ترکیب ویژه‌ای از پارامترهای خاک و پی به‌طور طبیعی به دست خواهد آمد.

جدول (۱): مقادیر  $N_y$  به ازای مقادیر مختلف  $\delta/\varphi$  و  $\varphi$  [۲۱].

زبر $\delta = \varphi$	$\delta/\varphi = 2/3$	$\delta/\varphi = 1/2$	$\delta/\varphi = 1/3$	صیقلی $\delta = 0$	$\varphi$ (درجه)
۰/۴۳۳۲	۰/۳۹۲۹	۰/۳۶۷۸	۰/۳۴۰۴	۰/۲۸۰۹	۱۰
۲/۸۳۹	۲/۶۰۶	۲/۴۱۱	۲/۱۶۷	۱/۵۷۹	۲۰
۱۴/۷۵	۱۴/۰۳	۱۳/۱۴	۱۱/۷۵	۷/۶۵۳	۳۰
۸۵/۵۷	۸۳/۸۹	۸۰/۶۲	۷۳/۵۵	۴۳/۱۹	۴۰
۷۴۲/۹	۷۳۹/۸	۷۲۸/۹	۶۹۰/۸	۳۷۲/۰	۵۰



شکل (۱۲): تأثیر زبری بر ضرایب  $N_y$  [۲۱].

### ۴- چالش‌های کنونی

از مسائل پیچیده در استفاده از روش مشخصه‌های تنش فرض زبری کامل کف پی است. در این شرایط ماهیت دقیق شرایط مرزی که باید در کف پی به کار برده شود واضح نیست [۲۱]. تا کنون محاسبه‌ی ضرایب ظرفیت باربری با احتساب زبری غیریکنواخت در شرایط استاتیکی انجام شده است. بنابراین، برآورد این ضرایب به دلیل کاهش قابل توجه آنها در حالت لرزه‌ای از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. با قرارگیری پی در شیب بی‌نهایت یا در مجاورت شیروانی و به دلیل کاهش ظرفیت باربری در این حالات نسبت به زمین افقی، بر اهمیت مسئله افزوده خواهد شد. برآورد ظرفیت باربری پی صیقلی با استفاده از

جدول (۲): خلاصه وضعیت حل مسائل ظرفیت باربری پی‌های سطحی زیر باروش مشخصه‌های تنش.

نام محقق	نوع پی	شیب فشار تماس	وضعیت لرزه‌ای	نحوه‌ی اتخاذ زبری	ضرایب محاسبه شده
بولتن و لو [۳۰]	مدور و نواری	یکنواخت	x	گوهی مثلثی شکل غیرخمیری، زبری کامل ( $\delta = \phi$ )	$N_\gamma$ و $N_q$
کومار [۲۵]	نواری	یکنواخت	x	گوهی منحنی شکل غیرخمیری، زبری کامل ( $\delta = \phi$ )	$N_\gamma$
مارتین [۲۸، ۲۱]	مدور و نواری	غیر یکنواخت	x	گوهی منحنی شکل غیرخمیری، ( $0 \leq \delta \leq \phi$ )	$N_\gamma$ و $N_q$ ، $N_c$
کومار و گاش [۲۷]	حلقوی	غیر یکنواخت	x	به صورت معادله‌ی خط و سهمی	$N_\gamma$
کومار [۲۴]	نواری	غیر یکنواخت	x	گوهی منحنی شکل غیرخمیری ( $0 \leq \delta \leq \phi$ )	$N_\gamma$
کمالیان و همکاران [۳۴]	نواری	یکنواخت	✓	به صورت اثر شیب بار یکنواخت ( $\delta = \tan^{-1}(K_h)$ )	$N_\gamma$ و $N_q$

- Farzaneh, O., Askari, F., and Ganjian, N. (2008) Three-dimensional stability analysis of convex slopes in plan view. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **134**(8), 1192-1200.
- Farzaneh, O., Askari, F. and Yeganeh Khaksar, R. (2010) Bearing Capacity of Foundations Located on Concave Slopes in Plan View Using Upper Bound Theorem. *Journal of Civil and Surveying Engineering*, **44**(2), 215-224 (in Persian).
- Hjiaj, M., Lyamin, A.V., and Sloan, S.W. (2005) Numerical Limit Analysis Solutions for the Bearing Capacity Factor  $N_\gamma$ . *International Journal of Solids and Structures*, **42**(5-6), 1681-1704.
- Lyamin, A.V. and Sloan, S.W. (2002) lower bound limit analysis using non-linear programming. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **55**(5), 573-611.
- Lyamin, A.V. and Sloan, S.W. (2002) Upper bound limit analysis using linear finite elements and non-linear programming. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **26**(2), 181-216.
- Askari, F. and Farzaneh, O. (2003) Upper-bound solution for seismic bearing capacity of shallow foundations near slopes. *Geotechnique*, **53**(8), 697-702.
- Kumar, J. and Khatri, V.N. (2008) Effect of footing roughness on lower bound  $N_\gamma$  values. *International Journal of Geomechanics*, **8**(3), 176-187.
- Kumar, J. and Khatri, V.N. (2011) Bearing capacity factors of circular foundations for a general  $c-\phi$  soil using lower bound finite elements limit Analysis. *International Journal for Numerical and*

اما مقادیر آنها با یکدیگر متفاوت است. توزیع یکنواخت یا غیریکنواخت زبری در کف پی نیز تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر ظرفیت باربری پی دارد. به طوری که بیشتر بودن زبری بسیج شده در کف پی در یک حالت نسبت به دیگر حالات اتخاذ زبری، موجب افزایش مؤلفه‌ی ظرفیت باربری ناشی از وزن می‌شود. بنابراین، یکنواخت فرض کردن شیب فشار تماس در کف پی فرض مناسبی نبوده و نتایج را محافظه کارانه به دست می‌دهد.

به طور کلی با افزایش زبری، بزرگای مؤلفه‌ی ظرفیت باربری ناشی از وزن به ازای یک مقدار مشخص از زاویه‌ی اصطکاک داخلی به طور پیوسته افزایش می‌یابد. برای یک پی زبر، نقطه‌ی ظهور گوهی غیرخمیری با افزایش مقدار زبری به تدریج به سمت لبه‌های خارجی پی تمایل پیدا کرده و پهنای سطح تماس پی و خاک در بخش گوهی منحنی شکل با افزایش زبری و زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک افزایش می‌یابد.

## مراجع

- Terzaghi, K. (1943) *Theoretical Soil Mechanics*. Wiley, New York.
- Taylor, D. (1948) *Fundamentals of Soil Mechanics*. Chapman and Hall, Limited, New York.
- Meyerhof, G.G. (1951) The ultimate bearing capacity of foundations. *Geotechnique*, **2**(4), 301-332.
- Richards Jr, R., Elms, D.G., and Budhu, M. (1993) Seismic bearing capacity and settlements of foundations. *Journal of Geotechnical Engineering*, **119**(4), 662-674.



25. Kumar, J. (2003)  $N\gamma$  for rough strip footing using the method of characteristics. *Canadian Geotechnical Journal*, **40**(3), 669-674.
26. Smith, C.C. (2005) Complete limiting stress solutions for the bearing capacity of strip footings on a Mohr-Coulomb soil. *Géotechnique*, **55**(8), 607-612.
27. Kumar, J. and Ghosh, P. (2005) Bearing capacity factor  $N\gamma$  for ring footings using the method of characteristics. *Canadian Geotechnical Journal*, **42**(5), 1474-1484.
28. Martin, C.M. (2003) New software for rigorous bearing capacity calculations. *Proc. British Geotech. Assoc. Int. Conf. on Found.*, Dundee, 581-592.
29. Sun, J.P., Zhao, Z.Y., and Cheng, Y.P. (2013) Bearing capacity analysis using the method of characteristics. *Acta Mechanica Sinica*, **29**(2), 179-188.
30. Bolton, M.D. and Lau, C.K. (1993) Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr-Coulomb Soil. *Canadian Geotechnical Journal*, **30**(6), 1024-1033.
31. Martin, C.M. (2004) ABC-analysis of bearing capacity v1.0. Software and documentation. <http://www.eng.ox.ac.uk/civil/people/cmm/software/abc>. Accessed 14 Dec 2014.
32. Casablanca, O., Cascone, E., and Biondi, G. (2016). The static and seismic bearing capacity factor  $N\gamma$  for footings adjacent to slopes. *Procedia Engineering*, **158**, 410-415.
33. Cascone, E. and Casablanca, O. (2016). Static and seismic bearing capacity of shallow strip footings. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **84**, 204-223.
34. Kamalian, M., Behnia, C., Lotfizadeh, M., and Rastegar, A. (2011) Considerations about load inclination effect on seismic bearing capacity factors of strip foundations. *Journal of Civil and Surveying Engineering*, **45**(4), 495-504 (in Persian).
35. Kamalian, M., Goldasteh, M., Amoli, R., and Rahmani, I. (2013) Estimation of seismic bearing capacity coefficients of strip foundations adjacent to the top of slopes by the stress characteristic method. *Sharif Journal of Civil Engineering*, **29-2**(3), 81-90 (in Persian).
- Analytical Methods in Geomechanics, **35**(3), 393-405.
13. Kumar, J. and Kouzer, K.M. (2007) Effect of footing roughness on bearing capacity factor  $N\gamma$ . *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **133**(5), 502-511.
14. Lyamin, A.V., Salgado, R., Sloan, S.W., and Prezzi, M. (2007) Two-and three-dimensional bearing capacity of footings in sand. *Géotechnique*, **57**(8), 647-662.
15. Griffiths, D.V. (1982) Computation of bearing capacity factors using finite elements. *Geotechnique*, **32**(3), 195-202.
16. Frydman, S. and Burd, H.J. (1997) Numerical studies of bearing-capacity factor  $N\gamma$ . *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **123**(1), 20-29.
17. Loukidis, D. and Salgado, R. (2009) Bearing capacity of strip and circular footings in sand using finite elements. *Computers and Geotechnics*, **36**(5), 871-879.
18. Manoharan, N. and Dasgupta, S.P. (1995) Bearing capacity of surface footings by finite elements. *Computers and Structures*, **54**(4), 563-586.
19. Erickson, H.L. and Drescher, A. (2002) Bearing capacity of circular footings. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **128**(1), 38-43.
20. Sokolovski, V.V. (1960) Statics of soil media (translated from Russian by DH Jones and AN schofield). *Butterworth, London, England*, **21**, 369-395.
21. Martin, C.M. (2005) Exact Bearing Capacity Calculations Using the Method of Characteristics. In: *Proceedings of the IACMAG, Turin*, 441-450.
22. Kumar, J. and Mohan Rao, V.B.K. (2002) Seismic bearing capacity factors for spread foundations. *Geotechnique*, **52**(2), 79-88.
23. Kumar, J. and Mohan Rao, V.B.K. (2003) Seismic bearing capacity of foundations on slopes. *Geotechnique*, **53**(3), 347-361.
24. Kumar, J. (2009) The variation of  $N\gamma$  with footing roughness using the method of characteristics. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **33**(2), 275-284.



48. Lundgren, H. and Mortensen, K. (1953) Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings on sand. In: *Proceedings of the Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Zürich, Switzerland, 409-412.
49. Michalowski, R. (1997) An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis. *Soils and Foundations*, **37**(4), 57-64.
50. Hill, R. (1950) *The Mathematical Theory of Plasticity*. Clarendon Press: Oxford University, London.
51. Ahmadi, S., Kamalian, M., and Askari, F. (2020) Evaluation of the static bearing capacity coefficients of rough strip footing using the stress characteristics method. *Int. J. Civ. Eng.*, **19**, 155-165.
52. Ahmadi, S., Kamalian, M. and Askari, F., (2020) Considerations on bearing capacity factors of rough strip footing using the stress characteristics method. *Iran J. Sci. Technol. Trans. Civ. Eng.*, 1-11.
36. Kamalian, M. (2014) *Estimation of Seismic Bearing Capacity of Strip Foundations on Slopes by the Stress Characteristic Method*. Research Report, International Institute of Earthquake Engineering and Seismology (IIEES) 6309-p.93-1 (in Persian).
37. Kamalian, M. (2007) *Estimation of Friction Effect on Seismic Bearing Capacity of Strip Foundations by the Characteristic Method*. Research Report, International Institute of Earthquake Engineering and Seismology (IIEES) 6118-p.89-4 (in Persian).
38. Jahanandish, M. and Keshavarz, A. (2005) Seismic bearing capacity of foundations on reinforced soil slopes. *Geotextiles and Geomembranes*, **23**(1), 1-25.
39. Keshavarz, A., Jahanandish, M., and Ghahramani, A. (2011) Seismic bearing capacity analysis of reinforced soils by the method of stress characteristics. *IJST, Transactions of Civil Engineering*, **35**, 185-197.
40. Ames, W.F. (1992) *Numerical Methods for Partial Differential Equations*. Boston: Academic Press.
41. Booker, J.R. and Davis, E.H. (1977) 'Stability analysis by plasticity theory'. In: *Desai CS, Christian JT (Eds), Numerical Methods in Geotechnical Engineering*. McGraw Hill, New York, 719-748.
42. Larkin, L.A. (1968) Theoretical bearing capacity of very shallow footings. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, **94**(6), 1347-1360.
43. James, R.G. and Bransby, P. (1970) Experimental and theoretical investigations of a passive earth pressure problem. *Geotechnique*, **20**(1), 17-37.
44. Graham, J. (1971) Calculation of passive pressure in sand. *Canadian Geotechnical Journal*, **8**(4), 566-578.
45. Lee, I.K. and Herington, J.R. (1972) A theoretical study of the pressures acting on a rigid wall by a sloping earth or rockfill. *Geotechnique*, **22**(1), 1-26.
46. Behnia, C. and Tabatabai, A.M. (1988) 'Plastic Equilibrium'. In: *Soil Mechanics*, **1**, (Ed.) Tehran University Pub. Co., Tehran, 357-408 (in Persian).
47. Behnia, C. and Tabatabai, A.M. (1989) 'Surface Footings'. In: *Soil Mechanics*, **2**, (Ed.) Tehran University Pub. Co., Tehran, 185-257 (in Persian).

#### واژه‌نامه

Limit Equilibrium Method	۱- روش تعادل حدی
Lower and Upper Bound Limit Analysis Methods	۲- روش‌های تحلیل حدی مرز پائین و بالا
Finite Difference	۳- تفاضل محدود
Finite Element	۴- اجزای محدود
Stress Characteristics Method	۵- روش مشخصه‌های تنش
Partial Differential Equation (PDE)	۶- معادلات دیفرانسیل جزئی
Superposition Principle	۷- اصل جمع آثار قوا
Cauchy Zone	۸- ناحیه‌ی کوشی
Parabolic Concave	۹- مقعر سهموی
Linear	۱۰- خطی
Parabolic Convex	۱۱- محدب سهموی
Iterative Adjustment	۱۲- تنظیم تکرار
Goursat Zone	۱۳- ناحیه‌ی گورست
Potential Roughness	۱۴- زبری بالقوه

## Literature Review of Estimating the Bearing Capacity of Rough Footings by the Stress Characteristic Lines Method

Shervin Ahmadi<sup>1\*</sup>, Mohsen Kamalian<sup>2</sup>, and Faradjollah Askari<sup>3</sup>

1. Ph.D. Student in Geotechnical Engineering, Department of Civil Engineering, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, \*Corresponding Author, email: St\_sh\_ahmadi@azad.ac.ir
2. Professor, Geotechnical Engineering Research Center, International Institute of Earthquake Engineering and Seismology (IIEES), Tehran, Iran
3. Associate Professor, Geotechnical Engineering Research Center, International Institute of Earthquake Engineering and Seismology (IIEES), Tehran, Iran

The footing of all buildings will be located on the ground. Thus, civil engineers are always faced with the problem of estimating the bearing capacity of shallow foundations. So far, various analytical and numerical methods such as stress characteristic lines method, limit equilibrium method, lower and upper boundary limit analysis methods, as well as finite difference and finite element methods, have been utilized to evaluate the bearing capacity of shallow foundations.

In the meantime, the stress characteristic method, also known as the “slip-line method”, has been shown to be an efficient and useful technique for solving the bearing capacity problem due to its simplicity, high speed in calculations, and no need for neither meshing nor complex soil behavior models. These advantages attracted the attention of many researchers over the past three decades to the stress characteristic lines method.

Obviously, the bearing capacity of footings would be reduced, if they are subjected to seismic loadings or if they are located on slopes or adjacent to them. On the other hand, experimental as well as numerical studies reported in the literature revealed that the roughness of the footing would have an important effect on its bearing capacity. Hence, estimating the bearing capacity of a footing taking into consideration the roughness of its contact surface constitutes one of the important issues in foundation engineering, which of course has been studied only by a small number of researchers.

This paper intends to review the most important works reported in the literature concentrated on the estimation of the bearing capacity of rough shallow foundations by the stress characteristic lines method. We wanted to find the answer to the question that how different researchers considered the roughness factor in evaluating the bearing capacity of footings by the stress characteristic lines method? For this purpose, firstly the mathematical formulation of the stress characteristics method was briefly reviewed. After that, the numerical algorithm of implementing this method to estimate the bearing capacity of smooth as well as rough footings, the corresponding boundary conditions, and calculation procedure for determining the bearing capacity coefficients  $N_c$ ,  $N_q$ , and  $N_\gamma$  were discussed. Various techniques for taking into consideration the roughness factor, especially their assumptions, were investigated and compared with the smooth footing case.

An important point to keep in mind when calculating the bearing capacity of rough footing is the non-uniformity of the contact pressure inclination. Various researchers employed different assumptions and obtained quite different results. Some researchers considered uniform roughness by regarding different inclination for the contact pressure along the soil-footing interface or by placing a non-plastic curved wedge immediately beneath the footing. Some other researchers adopted the non-uniform roughness and solved the roughness problem by assigning a non-plastic curved wedge under the footing, or by considering it as a line and two types of parabolic equations, or even without regarding any pre-assumption failure pattern. The influences of these assumptions and methods on estimating the bearing capacity of rough footings were investigated in detail and discussed. Finally, the most important challenges ahead in evaluating the bearing capacity coefficients of rough footing by the stress characteristic lines method were summarized and explained.

**Keywords:** Rough Shallow Foundation, Bearing Capacity Coefficients, Stress Characteristic Lines Method, Non-Plastic Curved Wedge.