

### چکیده

در این مقاله روش اجزای مرزی نیم صفحه در حوزه‌ی زمان برای تحلیل لرزه‌ای و تعیین پاسخ سطح زمین در حضور حفره پوشش دار زیرزمینی دایره‌ای در برابر امواج مهاجم برون صفحه‌ی SH به کار گرفته شده است. با بهره‌گیری از روش مزبور تنها لازم است مرزهای پیرامون پوشش و حفره‌ی المان‌بندی و گسسته‌سازی شوند. مبتنی بر روش زیرسازه‌سازی و تفکیک مدل به یک نیم صفحه حفره‌دار و یک رینگ بسته توپر، عناصر ماتریس‌های مورد نظر برای هر دو محیط در هر گام زمانی تعیین می‌شود. در نهایت با در نظر گرفتن شرایط پیوستگی تنش و تغییر مکان در وجه میانی پوشش با فضای پیرامون، ماتریس کوپل نهایی برای تعیین کلیه مقادیر مجهول مرزی اعم از تغییر مکان و تنش قابل حصول بوده و پس از آن به راحتی پاسخ‌های نقاط درونی به کمک مقادیر مزبور محاسبه می‌شود. به عنوان مطالعه عددی و با فرض یک تونل دایره‌ای پوشش دار بتنی مدفون در یک لایه خاک رس سیلت‌دار، به بررسی برخی پارامترهای حاکم از قبیل ضخامت پوشش، زاویه موج مهاجم و فرکانس پاسخ پرداخته شده است. نتایج نشان می‌دهد الگوی بزرگمایی سطح زمین در حضور حفره پوشش دار زیرزمینی متأثر از تمامی پارامترهای مزبور می‌باشد.

**واژگان کلیدی:** روش اجزای مرزی نیم صفحه، حوزه‌ی زمان، امواج SH، حفره پوشش دار دایره‌ای، تحلیل لرزه‌ای، پاسخ زمین.

## پراکنش امواج برون صفحه‌ی SH ناشی از حفره پوشش دار دایره‌ای

مه‌دی پن‌جی (نویسنده مسئول)

استادیار گروه عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد زنجان

m.panji@iauz.ac.ir

بهمن انصاری

کارشناس ارشد مهندسی ژئوتکنیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد زنجان

### ۱- مقدمه

محاسباتی این مسائل را می‌توان در سه دسته روش تحلیلی، نیمه تحلیلی و عددی تقسیم‌بندی نمود [۲].

تحلیل پراکنش امواج و تعیین پاسخ سطح زمین در حضور تونل‌های بدون پوشش و پوشش دار زیرزمینی به کمک روش‌های تحلیلی و نیمه تحلیلی توسط پژوهشگران مختلف توسعه داده شده است. لی [۳]، داتا و شاه [۴] و لی و همکاران [۵] از جمله افرادی هستند که تونل‌های بدون پوشش را تحت اثر امواج لرزه‌ای با استفاده از روش‌های تحلیلی مورد مطالعه قرار داده‌اند. پاسخ تحلیلی یک محیط الاستیک خطی مشتمل بر تونل‌های پوشش دار توسط لی و تریفوناک [۶]، بالنس‌درا و همکاران [۷] و اسمرزینی و همکاران [۸] ارائه شده است. پاسخ تونل‌های پوشش دار مدفون در محیط‌های

توسعه روز افزون شهرنشینی و نیاز به روش‌های مختلف انتقال شریان‌های حیاتی نظیر آب، برق و حمل و نقل به خصوص در شهرهای بزرگ موجب شده است تا استفاده از تونل‌های زیرزمینی به امری اجتناب ناپذیر تبدیل شود. به همین منظور شناخت و درک صحیح رفتار این قبیل سازه‌ها همواره از نیازهای اساسی به شمار می‌رود. اهمیت این رفتار زمانی فزونی می‌یابد که سازه‌های مذکور تحت تأثیر بارهای لرزه‌ای قرار گیرند. تاریخچه تحلیل لرزه‌ای تونل‌های زیرزمینی توسط محققان مختلف به حدود نیم قرن می‌رسد. در مطالعه آریمن و مالسکی [۱] به برخی تحقیقات انجام شده تا سال ۱۹۸۱ پیرامون تحلیل لرزه‌ای زمین در حضور تونل‌های زیرسطحی اشاره شده است. جدا از روش‌های آزمایشگاهی و صحرایی، به‌طور کلی روش‌های

مدلسازی تونل‌های زیرزمینی نیاز است نه تنها مرز سطح زمین، بلکه مرزهای درونی و بیرونی حفره نیز گسسته‌سازی شوند [۱۹]. روش اجزای مرزی محیط کامل در حالت استاتیکی توسط کراچ و استارفیلد [۲۰]، یانگ و استرلینگ [۲۱]، زیانو و کارتر [۲۲] و پنجمی و همکاران [۲۳-۲۴] برای مدلسازی تونل‌های زیرزمینی استفاده شده است. همچنین این روش برای تحلیل لرزه‌ای پاسخ سطح زمین مشتمل بر تونل‌های زیرزمینی پوشش‌دار و بدون پوشش توسط کاتیس و همکاران [۲۵]، لیو و لیو [۲۶]، لوکو و دیساروز [۲۷]، مانولیس و بسکوس [۲۸] و پاروانا و همکاران [۲۹] به کار گرفته شده است. اگر شرایط تنش آزاد سطح صاف زمین در فرمول‌بندی روش اجزای مرزی اعمال شود، روش اجزای مرزی نیم‌صفحه حاصل خواهد شد [۳۰]. با انجام این عمل اگرچه فرمول‌بندی پیچیده‌تر خواهد شد، ولی دقت و فرآیند مدلسازی بهبود چشمگیری می‌یابد. در استفاده از این روش تنها مرزهای اطراف تونل‌های زیرزمینی نیازمند گسسته‌سازی است. روش اجزای مرزی نیم‌صفحه در دو حالت استاتیکی و دینامیکی توسعه داده شده است. محققان مختلف از این روش در حالت استاتیکی برای تحلیل مسائل نیم‌صفحه در حضور تونل‌های زیرزمینی مستقر در محیط‌های ایزوتروپ و غیر ایزوتروپ استفاده کرده‌اند (دونگ و همکاران [۳۱]، دونگ و لو [۳۲]، پنجمی و انصاری [۳۳]، تلس و بریبا [۳۴] و یه و ساوادا [۳۵]). روش اجزای مرزی نیم‌صفحه در حالت دینامیکی و در حوزه فرکانس برای تحلیل تونل‌های زیرزمینی به کار گرفته شده است که از جمله این تحقیقات می‌توان به با و بین [۳۶] و بنیتس و همکاران [۳۷] اشاره نمود. تحلیل مسائل با هندسه وابسته به زمان و ترکیب روش اجزای مرزی نیم‌صفحه با سایر روش‌های عددی، شاید تنها در حوزه‌ی زمان امکان‌پذیر باشد. اکثر مطالعات انجام شده در پیرامون روش اجزای مرزی در حوزه‌ی زمان، در محیط کامل و به منظور مدلسازی توپوگرافی سطحی و تونل‌های بدون پوشش بوده است (علی‌الهی و همکاران [۳۸]، کمالیان و همکاران [۳۹-۴۱] و تاکمیا و فوجیوارا [۴۲]). بر

چندفازه به کمک روش‌های تحلیلی توسط شی و همکاران [۹] و هاشمی‌نژاد و کاظمی‌راد [۱۰] توسعه داده شده است. علاوه بر روش‌های تحلیلی، پیرامون مدلسازی تونل‌های پوشش‌دار مدفون در محیط الاستیک خطی محققانی چون داتا و همکاران [۱۱]، مور و گوان [۱۲]، و مانوگیان [۱۳] از روش‌های نیمه‌تحلیلی بهره برده‌اند.

اگرچه پاسخ حاصل از روش‌های تحلیلی و نیمه‌تحلیلی از دقت بالایی برخوردار است، لیکن وجود شکل‌های مختلف توپوگرافی و تونل‌های زیرزمینی در طبیعت موجب می‌شود تا از این روش‌ها نتوان در بیشتر مسائل واقعی بهره جست. لذا توسعه روش‌های عددی به عنوان راه‌حلی برای این موضوع به نظر می‌رسد. در حالت کلی روش‌های عددی به دو نوع حجمی و مرزی قابل تقسیم‌بندی است. از جمله مشخصه‌های روش‌های حجمی که روش اجزای محدود (FEM) یا روش اختلاف محدود (FDM) از مهم‌ترین آنها می‌باشد می‌توان به فرمول‌بندی ساده و نیاز به گسسته‌سازی تمام محیط مسئله اشاره کرد. در ادبیات فنی مطالعات مختلف در استفاده از روش‌های حجمی برای تحلیل لرزه‌ای حفره‌های بدون پوشش و پوشش‌دار یافت می‌شود که از مهم‌ترین آنها می‌توان به بشارت و همکاران [۱۴]، اسماعیلی و همکاران [۱۵] و فاجیولی و همکاران [۱۶] اشاره نمود. از آنجا که در روش‌های حجمی مستلزم به گسسته‌سازی تمام محیط مورد مطالعه می‌باشد لذا در مسائل نامحدود و نیمه‌نامحدود ازدیاد المان‌ها موجب کاهش سرعت و به تبع سبب کمینه‌سازی دقت محاسبات خواهد شد. به همین دلیل در دهه‌های اخیر توجه ویژه به روش‌های مرزی از جمله روش اجزای مرزی (BEM) افزایش یافته است. در مطالعه بسکوس [۱۷] و استاموس و بسکوس [۱۸] به برخی از کاربردهای روش اجزای مرزی در تحلیل سازه‌های زیرزمینی اشاره شده است.

روش اجزای مرزی در دو محیط کامل و نیم‌صفحه قابلیت فرمول‌بندی دارد. در روش اجزای مرزی محیط کامل برای

پارامترها از قبیل ضخامت پوشش، زاویه موج و فرکانس پاسخ بر روی پاسخ لرزه‌ای سطح زمین در حضور یک تونل دایره‌ای پوشش‌دار پرداخته شده است. نمایش سادگی و کارایی روش اجزای مرزی نیم‌صفحه در حوزه‌ی زمان و دقت بالای آن در مدلسازی تونل‌های پوشش‌دار زیرزمینی مدور از مهم‌ترین اهداف این مقاله به‌شمار می‌رود.

## ۲- بیان مسئله

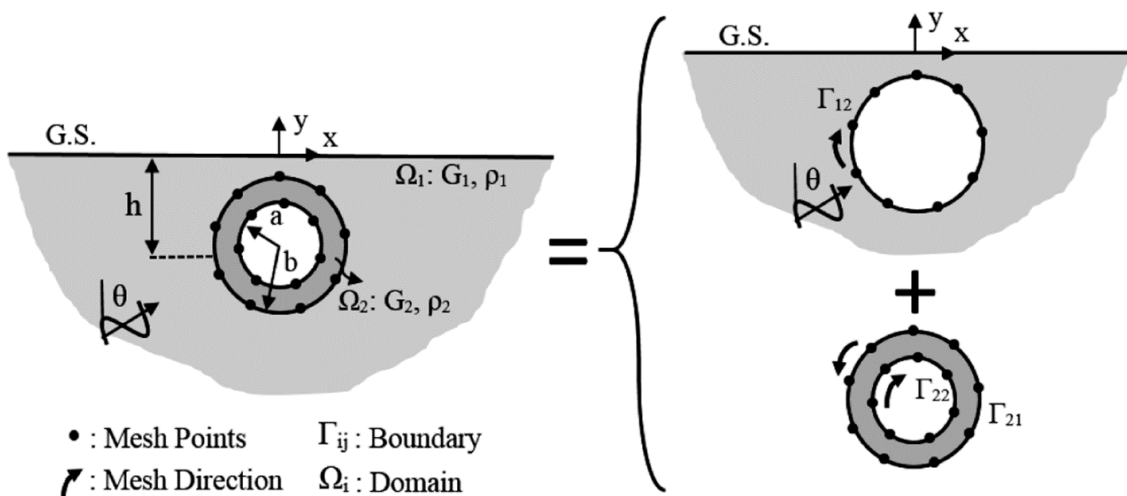
یک محیط نیم‌صفحه ایزوتروپ الاستیک خطی شامل یک حفره پوشش‌دار زیرزمینی مدور در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱). با فرض اینکه پوشش و محیط اطراف تونل در تماس کامل با هم هستند، معادله موج و شرایط مرزی حاکم بر سطح زمین به‌صورت زیر ارائه می‌شود [۴۹]:

$$\frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial y^2} + b(x, y, z) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\mu \frac{\partial u(x, y, t)}{\partial n} \Big|_{y=0} = 0 \quad (2)$$

اساس آنچه از ادبیات فنی مشخص است تحقیقات اندک در استفاده از روش اجزای مرزی نیم‌صفحه در حوزه‌ی زمان برای تحلیل پراکنش امواج و تعیین پاسخ سطح زمین در حضور توپوگرافی سطحی و حفره بدون پوشش انجام گرفته است (بلیتسکو و چانگ [۴۳]، هیرای [۴۴]، پنچی و همکاران [۳۳]، [۴۵-۴۷]). اخیراً پنچی و انصاری [۴۸] توانسته‌اند روش مزبور را برای تحلیل لرزه‌ای سطح زمین در حضور حفرات پوشش‌دار زیرزمینی به شکل دلخواه توسعه دهند.

در این مقاله روش اجزای مرزی نیم‌صفحه در حوزه‌ی زمان برای تحلیل لرزه‌ای پاسخ سطح زمین مشتمل بر تونل‌های پوشش‌دار زیرسطحی دایره‌ای در برابر امواج مهاجم مایل SH به‌کار گرفته شده است. در این راستا مدل ناهمگن تونل پوشش‌دار به دو زیرناحیه همگن تبدیل شده و پس از اعمال روش اجزای مرزی نیم‌صفحه برای هر بخش، ضرایب تأثیر ماتریس‌های مورد نظر به دست می‌آیند. در نهایت با اعمال شرایط پیوستگی و سازگاری در وجه مشترک پوشش، معادله نهایی کوپل برای تعیین مقادیر مجهول مرزی حاصل می‌شود. روش مزبور در یک برنامه کامپیوتری با نام DASBEM [۳۳] گردآوری شده و صحت و کارایی آن با برخی مطالعات موجود در ادبیات فنی مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه نیز با فرض مشخصات واقعی برای مدل، به حساسیت‌سنجی برخی



شکل (۱): مدل اجزای مرزی نیم‌صفحه در حوزه‌ی زمان برای حفره پوشش‌دار مدفون.

در زمان  $t$  می باشد [۳۰]. همچنین در این معادله  $u$  و  $q$  به ترتیب تغییر مکان و تنش مرزی هستند.  $\Gamma(x)$  معرف مرز محیط،  $c(\xi)$  ضرایب هندسی و  $u^{ff}$  معرف تغییر مکان میدان آزاد است.

### ۳-۲- گسسته سازی انتگرال مرزی

به منظور حل معادله انتگرال مرزی لازم است تا محور زمان و مرزهای جسم گسسته سازی شوند. با گسسته سازی محور زمان به  $N$  بازه زمانی به طول  $\Delta t (t=N\Delta t)$  انتگرال زمان به صورت تحلیلی قابل انتگرال گیری است. با در نظر گیری تابع شکل خطی برای محور زمان معادله انتگرال مرزی به شکل زیر تبدیل خواهد شد:

$$c(\xi)u^N(\xi) = \sum_{n=1}^N \int_{\Gamma} \left( [U_1^{N-n+1}(x, \xi) + U_2^{N-n}(x, \xi)]q^n(x) - [Q_1^{N-n+1}(x, \xi) + Q_2^{N-n}(x, \xi)]u^n(x) \right) d\Gamma(x) \quad (۴)$$

$$+ u^{ff,N}(\xi)$$

در رابطه فوق  $u^n(x)$  و  $q^n(x)$  به ترتیب مؤلفه تغییر مکان و تنش مرزی هستند.  $u^{ff,N}$  معرف تغییر مکان میدان آزاد در زمان  $t=N\Delta t$  بوده و  $U_1^{N-n+1}(x, \xi) + U_2^{N-n}(x, \xi)$  و  $Q_1^{N-n+1}(x, \xi) + Q_2^{N-n}(x, \xi)$  به ترتیب مبین هسته های گذرای نیم صفحه برای مؤلفه تغییر مکان و تنش هستند. فرم بسته این هسته ها در مطالعه پنجمی و همکاران [۳۰، ۴۶] در دسترس است. پس از گسسته سازی مرزهای جسم با  $M$  المان درجه دو، انتگرال های مکانی به صورت عددی قابل حل می باشد:

$$c(\xi)u^N(\xi) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left[ \int_{\Gamma_m} [U_1^{N-n+1}(x(\kappa), \xi) + U_2^{N-n}(x(\kappa), \xi)] N_\alpha(\kappa) |J| d\kappa \right] q_\alpha^n - \left[ \int_{\Gamma_m} [Q_1^{N-n+1}(x(\kappa), \xi) + Q_2^{N-n}(x(\kappa), \xi)] N_\alpha(\kappa) |J| d\kappa \right] u_\alpha^n + u^{ff,N}(\xi) \quad (۵)$$

در رابطه فوق  $M$  معرف تعداد کل المان های مرزی،  $\Gamma_m$  مرز المان  $m$ ام،  $N_\alpha(\kappa)$  توابع شکل درجه دو بر حسب مختصات محلی  $\kappa (\alpha=1,2,3)$  و  $J$  ماتریس تبدیل ژاکوبین می باشد. انتگرال های فوق در حالت غیر منفرد و منفرد به ترتیب به کمک انتگرال گیری عددی گاوسی و لگاریتمی ویژه قابل حل می باشد. در نهایت فرم ماتریسی معادلات انتگرال مرزی به صورت زیر

در روابط فوق  $u(x,y,t)$  و  $b(x,y,t)$  به ترتیب معرف تغییر مکان برون صفحه و نیروی حجمی در نقطه  $(x,y)$  و در زمان  $t$  هستند. همچنین  $c$  سرعت موج برشی برابر با  $\sqrt{\mu/\rho}$  می باشد که در آن  $\mu$  مدول برشی و  $\rho$  چگالی جرمی است. در این روابط  $n$  بردار نرمال عمود بر سطح است. همان گونه که در شکل (۱) دیده می شود بر اساس روش زیرسازه سازی، مدل ناهمگن به دو زیر ناحیه همگن تجزیه شده است. بخش اول شامل یک محیط نیم صفحه تک لایه مشتمل بر حفره و بخش دوم مبین یک محیط حلقه شکل بسته است. به منظور حل این مسئله نیاز است تا روش اجزای مرزی نیم صفحه در حوزه  $t$  زمان بر هر محیط اعمال شود. در شکل (۱) نحوه گسسته سازی محیط اطراف حفره نشان داده شده است.

### ۳-۲- روش اجزای مرزی نیم صفحه در حوزه $t$ زمان

حل های اساسی گذرای روش اجزای مرزی نیم صفحه از جواب های تکین معادله (۱) با اعمال شرایط مرزی (۲) قابل محاسبه است. این حل ها در مطالعه پنجمی و همکاران [۳۰] ارائه شده است. همچنین، کاربرد روش اجزای مرزی الاستوستاتیک نیم صفحه برای تحلیل تونل های پوشش دار زیرزمینی در پژوهش پنجمی و انصاری [۳۳] قابل مشاهده است.

### ۳-۱- معادله انتگرال مرزی

با صرف نظر از اثر شرایط اولیه و نیروهای وزنی، شکل مستقیم معادله انتگرال مرزی (BIE) در حوزه  $t$  زمان از اعمال انتگرال باقیمانده های وزن دار به معادله (۱) قابل حصول است [۵۱-۵۰]. در حالت پراکنش موج معادله انتگرال مرزی به صورت زیر اصلاح می شود [۵۲-۵۳]:

$$c(\xi)u(\xi, t) = \int_{\Gamma} \left[ \int_0^t [u^*(x, t; \xi, \tau)q(x, \tau) - q^*(x, t; \xi, \tau)u(x, \tau)] d\tau \right] d\Gamma(x) + u^{ff}(\xi, t) \quad (۳)$$

در رابطه فوق  $u^*$  و  $q^*$  به ترتیب مبین حل های اساسی نیم صفحه در حوزه  $t$  زمان برای مؤلفه های تغییر مکان و تنش مرزی در نقطه  $x$  و در زمان  $t$  در اثر اعمال یک ضربه واحد در نقطه  $\xi$  و

خواهد شد: یک ماتریس کلی (ماتریس کوپل) کنار هم قرار می‌گیرند. در نهایت با اعمال شرایط مرزی، مجهولات مرزی محاسبه می‌شوند. در ادامه نحوه مدل‌سازی هر دامنه با جزئیات ارائه شده است.

#### ۴-۱- محیط اول: نیم صفحه سوراخ‌دار

این بخش شامل یک محیط نیم صفحه است که در آن یک حفره دایره‌ای بدون پوشش دفن شده و تحت تأثیر امواج مایل SH قرار گرفته است (شکل ۱). با توجه به شکل (۱) سطح صاف زمین و امواج مهاجم و انعکاس یافته‌ی SH در این محیط دیده می‌شوند. مرزهای مدل در این بخش تنها شامل وجه مشترک بین پوشش و محیط پیرامون است. گسسته‌سازی این دامنه باید به صورت ساعت گرد صورت گیرد تا بردار نرمال به سمت درون حفره تعریف شود. پس از گسسته‌سازی حفره و استخراج معادلات انتگرال مرزی، رابطه ماتریسی زیر برای گام زمانی  $N=n$  به صورت زیر خواهد شد:

$$[H_{12}^1]\{u_{12}^N\} = [G_{12}^1]\{q_{12}^N\} + [R_{12}^1] + \{u_{12}^{ff,N}\} \quad (9)$$

که در آن:

$$\{R_{12}^N\} = \sum_{n=1}^{N-1} (G_{12}^{N-n+1}\{q_{12}^n\} - H_{12}^{N-n+1}\{q_{12}^n\}\{u_{12}^n\}) \quad (10)$$

در روابط فوق  $u_{12}^N$  و  $q_{12}^N$  به ترتیب تغییر مکان و تنش مرز مشترک می‌باشد.  $R_{12}^N$  معرف اثر گام‌های زمانی قبل در گام حاضر برای گره  $N$  بوده و  $u_{12}^{ff,N}$  مبین تغییر مکان میدان آزاد برای گره‌های مرز مشترک است.

#### ۴-۲- محیط دوم: حلقه بسته

این قسمت از مدل معرف پوشش تونل است که پس از جداسازی به شکل یک حلقه درآمده و از دو مرز بسته درونی و بیرونی (مرز مشترک) تشکیل شده است. به منظور تعریف صحیح بردار نرمال نیاز است تا گسسته‌سازی به صورت ساعت گرد برای مرز درونی و به صورت پادساعت گرد برای مرز بیرونی صورت

$$\sum_{n=1}^N H^{N-n+1}\{u^n\} = \sum_{n=1}^N G^{N-n+1}\{q^n\} + \{u^{ff,N}\} \quad (6)$$

در رابطه فوق ماتریس‌های  $H^{N-n+1}$  و  $G^{N-n+1}$  از انتگرال‌گیری هسته‌های نیم صفحه بر روی مرز جسم محاسبه می‌شوند. مقادیر  $\{u^n\}$  و  $\{q^n\}$  به ترتیب مبین بردار تغییر مکان و تنش مرزی و  $\{u^{ff,N}\}$  بردار تغییر مکان میدان آزاد زمین است. پس از اعمال شرایط مرزی بر روی تمام گره‌ها، فرم قابل حل معادله (۶) به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$[A_1^1]\{X^N\} = [B_1^1]\{Y^N\} + \{R^N\} + \{u^{ff,N}\} \quad (7)$$

در این رابطه  $\{X^N\}$  و  $\{Y^N\}$  به ترتیب نماینده بردار مقادیر مجهول و معلوم مرزی و  $[A_1^1]$  و  $[B_1^1]$  ماتریس‌های ضرایب وابسته به این مقادیر هستند.  $\{R^N\}$  نماینده اثر دینامیکی گام‌های زمانی قبلی در گره  $N$  می‌باشد که به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\{R^N\} = \sum_{n=1}^{N-1} (G^{N-n+1}\{q^n\} - H^{N-n+1}\{u^n\}) \quad (8)$$

#### ۳-۳- نقاط درونی

پس از حل معادله (۷) تمامی مجهولات مرزی محاسبه می‌شوند. برای تعیین پاسخ سطح زمین که به عنوان نقاط درونی تعریف می‌شوند لازم است تا زوایای شکست مرزی  $c(\xi)$  در معادله (۳) برابر ۱ در نظر گرفته شود. همان‌طور که در شکل (۱) دیده می‌شود سطح صاف زمین به محیط (۱) تعلق دارد، بنابراین نقاط درونی مزبور باید در معادلات این بخش قرار گرفته و حل شوند.

#### ۴-مدلسازی

همان‌طور که در شکل (۱) قابل مشاهده است، مدل تونل پوشش‌دار در محیط نیم صفحه از ترکیب یک نیم صفحه سوراخ‌دار و یک حلقه تشکیل شده است. بعد از گسسته‌سازی تمام مرزهای مورد نیاز (مرزهای مشترک و مرز داخلی تونل) و استفاده از روش اجزای مرزی نیم صفحه در حوزه‌ی زمان، ماتریس‌های مستخرج برای هر دامنه با توجه به شرایط پیوستگی و سازگاری در

$$\mu_1 q_{12}^N = -\mu_2 q_{21}^N \quad (15)$$

در رابطه فوق  $\mu_1$  و  $\mu_2$  به ترتیب مدول برشی برای محیط نیم صفحه و پوشش هستند. با توجه به معادله (۱۴) و (۱۵) معادله نهایی سرهم شده به صورت زیر استخراج خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{12}^1 & \mathbf{0} & -\frac{1}{\mu_1} \mathbf{G}_{12}^1 \\ \mathbf{H}_{21}^1 & \mathbf{H}_2^1 & \frac{1}{\mu_2} \mathbf{G}_{21}^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{12}^N \\ \mathbf{u}_2^N \\ \mathbf{q}_{12}^N \end{Bmatrix} = \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{G}_2^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{q}_2^N \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_{12}^N \\ \mathbf{R}_{(2)}^N \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{12}^{ff,N} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}$$

که در رابطه فوق:

$$\mathbf{R}_{(2)}^N = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_{21}^N \\ \mathbf{R}_2^N \end{Bmatrix} \quad (17)$$

با علم بر اینکه مرز داخلی حفره تنش آزاد است، مقدار  $q_2^N$  نیز برابر صفر خواهد شد؛ بنابراین بعد از اعمال تمام شرایط بیان شده معادله نهایی زیر حاصل خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{12}^1 & \mathbf{0} & -\frac{1}{\mu_1} \mathbf{G}_{12}^1 \\ \mathbf{H}_{21}^1 & \mathbf{H}_2^1 & \frac{1}{\mu_2} \mathbf{G}_{21}^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{12}^N \\ \mathbf{u}_2^N \\ \mathbf{q}_{12}^N \end{Bmatrix} = \quad (18)$$

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{R}_{12}^N \\ \mathbf{R}_{(2)}^N \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{12}^{ff,N} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}$$

به کمک رابطه فوق، تمامی مجهولات مرزی تعیین می شوند. تغییر مکان نقاط سطح صاف زمین نیز به کمک معادلات محیط اول قابل حصول می باشد، به طوری که با توجه به بخش (۳-۳) برای تعیین پاسخ سطح زمین، معادله گسسته شده انتگرال مرزی برای نقطه درونی به شکل زیر تبدیل خواهد شد:

$$\begin{aligned} \{ \mathbf{u}^{N,m} \} &= \sum_{n=1}^N \left( \left[ \frac{1}{\mu_1} \mathbf{G}_{12}^{<N-n+1>,m} \right] \{ \mathbf{q}_{12}^n \} \right) \\ &- \sum_{n=1}^N \left( \mathbf{H}_{12}^{<N-n+1>,m} \{ \mathbf{u}_{12}^n \} \right) + \{ \mathbf{u}^{ff,N,m} \} \end{aligned} \quad (19)$$

در رابطه قبل  $\mathbf{u}^{N,m}$  و  $\mathbf{u}^{ff,N,m}$  به ترتیب تغییر مکان و حرکت میدان آزاد

گیرد. اگرچه مدل حلقه بخشی از محیط نیم صفحه است ولیکن نقاط سطح زمین و امواج مهاجم لرزه ای در ماتریس های تحلیلی این دامنه وارد نمی شوند؛ بنابراین تغییر مکان میدان آزاد ( $\mathbf{u}^{ff}$ ) در این دامنه تعریف نمی شود. پس از گسسته سازی مرزهای این مدل، فرم ماتریسی معادلات انتگرال برای گام زمانی  $N=n$  به صورت زیر قابل حصول است:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{21}^1 & \mathbf{H}_2^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{21}^N \\ \mathbf{u}_2^N \end{Bmatrix} = \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{21}^1 & \mathbf{G}_2^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_{21}^N \\ \mathbf{q}_2^N \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_{21}^N \\ \mathbf{R}_2^N \end{Bmatrix}$$

که در آن:

$$\{ \mathbf{R}_{21}^N \} = \sum_{n=1}^{N-1} (\mathbf{G}_{21}^{N-n+1} \{ \mathbf{q}_{21}^n \} - \mathbf{H}_{21}^{N-n+1} \{ \mathbf{u}_{21}^n \}) \quad (12)$$

و

$$\{ \mathbf{R}_2^N \} = \sum_{n=1}^{N-1} (\mathbf{G}_2^{N-n+1} \{ \mathbf{q}_2^n \} - \mathbf{H}_2^{N-n+1} \{ \mathbf{u}_2^n \}) \quad (13)$$

در رابطه فوق  $u_{21}^N$  و  $q_{21}^N$  به ترتیب معرف مقادیر تغییر مکان و تنش گره های مرز مشترک هستند.  $u_2^N$  و  $q_2^N$  تغییر مکان و تنش مرز داخلی تونل و  $R_{21}^N$  و  $u_2^N$  به ترتیب معرف تأثیر گام های زمانی قبل بر گام حاضر برای گره های مرز مشترک و مرز داخلی تونل هستند.

### ۴-۳- سرهم سازی

پس از تعیین همه ماتریس های هر دامنه، می بایست معادلات ماتریسی مربوط به آنها در یک ماتریس نهایی کنار یکدیگر قرار داده شوند. برای این منظور نیاز است تا شرایط پیوستگی و سازگاری به صورت زیر در مرزهای مشترک اعمال شود:

$$\mathbf{u}_{12}^N = \mathbf{u}_{21}^N \quad (14)$$

### ۵-۱- تونل پوشش‌دار دایره‌ای

در مطالعه مانوگیان [۱۳] با استفاده از روش باقیمانده‌های وزن‌دار پاسخ سطح زمین برای یک تونل پوشش‌دار به شکل هندسی دلخواه و متأثر از امواج مهاجم SH ارائه شده است. با توجه به مدل تحلیل شده، فرض می‌شود تونل در عمق  $1.5b$  مدفون بوده و شعاع داخلی (a) و ضخامت پوشش آن (t) به ترتیب برابر  $200$  متر و  $0.1b$  می‌باشد. مشخصات موج ریکر شامل دامنه بیشینه، پارامتر شیفت زمانی و فرکانس غالب به ترتیب برابر  $0.01$  متر،  $1/4$  ثانیه و  $3$  هرتز در نظر گرفته شده است. مرزهای مدل (مرزهای داخلی پوشش و مرز مشترک) با  $80$  المان درجه دوم گسسته‌سازی شده و  $121$  نقطه درونی برای سطح صاف زمین در نظر گرفته شده است. مسئله با  $500$  گام زمانی با فاصله  $0.01$  ثانیه تحلیل شده است. چگالی جرمی و سرعت موج برشی محیط به ترتیب برابر  $1 \text{ ton/m}^3$  و  $800 \text{ m/s}$  فرض شده است. در این حالت پوشش تونل نسبت به محیط پیرامون سخت‌تر بوده به طوری که نسبت مدول برشی و چگالی جرمی پوشش به محیط  $3$  می‌باشد. همچنین برای ارائه نتایج برحسب فرکانس‌های بی‌بعد از پارامتر  $\eta$  به صورت زیر استفاده شده است:

$$\eta = \frac{\omega b}{\pi c} \quad (23)$$

در رابطه فوق  $\eta$  فرکانس بدون بعد،  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای و  $c$  سرعت موج برشی است. شکل (۳) دامنه تغییر مکان نرمالیزه شده سطح زمین را در حضور تونل پوشش‌دار دایره‌ای تحت امواج مهاجم SH با زوایای مختلف و در فرکانس بی‌بعد  $2$  نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج حاضر و نتایج ارائه شده توسط مانوگیان [۱۳] به خوبی بر هم منطبق هستند. پیرامون موضوع اعتبارسنجی در این تحقیق به ارائه مثال فوق اکتفا شده و برای مشاهده مثال‌های دیگر می‌توان از مطالعه پنجگی و انصاری [۴۸] بهره جست.

در نقاط درونی هستند.  $G_{12}^{<N-n+1>,m}$  و  $H_{12}^{<N-n+1>,m}$  ماتریس‌هایی هستند که بر اساس گره‌های مرزی و نقاط درونی محاسبه می‌شوند.

### ۵- صحت‌سنجی

روش مذکور در توسعه یک الگوریتم رایانه‌ای با نام DASBEM به کار گرفته شده است [۳۰، ۴۶-۴۷]. به منظور صحت‌سنجی فرمول‌بندی و الگوریتم تهیه شده، نتایج حاصل با برخی از پاسخ‌های موجود در ادبیات فنی مقایسه شده است. در این راستا برای موج ورودی مهاجم از تابع موجک ریکر استفاده شده است [۵۴]. به منظور لحاظ داشتن اثرات بازتاب امواج از سطح زمین، این تابع در دو قسمت برای موج ورودی و موج بازتابیده مطابق زیر تعریف می‌شود:

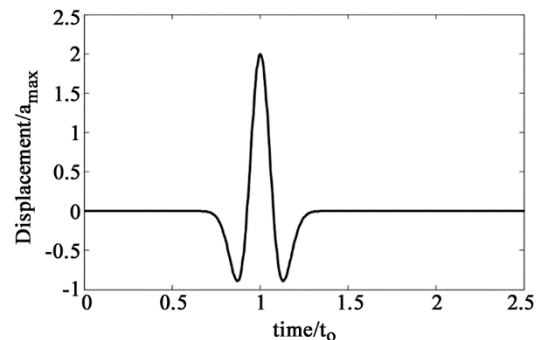
$$u^{ff}(x, y, t) = a_{\max} \left( \left[ 1 - 2 \left( \frac{\pi f_p}{c} \alpha^{inc} \right)^2 \right] e^{-\left( \frac{\pi f_p}{c} \alpha^{inc} \right)^2} H\left(t - \frac{r^{inc}}{c}\right) + \left[ 1 - 2 \left( \frac{\pi f_p}{c} \alpha^{ref} \right)^2 \right] e^{-\left( \frac{\pi f_p}{c} \alpha^{ref} \right)^2} H\left(t - \frac{r^{ref}}{c}\right) \right) \quad (20)$$

که در آن:

$$\alpha^{inc} = c(t - t_0) + r^{inc}; r^{inc} = -\sin \theta \cdot x + \cos \theta \cdot y \quad (21)$$

$$\alpha^{ref} = c(t - t_0) + r^{ref}; r^{ref} = -\sin \theta \cdot x - \cos \theta \cdot y \quad (22)$$

در روابط فوق  $t_0$ ،  $f_p$  و  $a_{\max}$  به ترتیب معرف فرکانس غالب، پارامتر شیفت زمان و دامنه تابع ریکر هستند. تابع  $H(\cdot)$  مبین تابع هویساید و  $\theta$  زاویه برخورد موج است.  $\alpha^{ref}$  و  $\alpha^{inc}$  نیز به ترتیب فاز امواج ورودی و منعکس شده از سطح زمین را نشان می‌دهد. در شکل (۲) تابع بی‌بعد موجک ریکر برای یک نقطه فرضی در سطح صاف زمین مشاهده می‌شود.



شکل (۲): تاریخچه زمانی تابع موجک ریکر.



حوزه ی زمان، یک تونل دایره ای پوشش دار بتنی مدفون در یک محیط نیم صفحه از جنس خاک رس سیلتی بررسی شده است. مشخصات پوشش و خاک در جدول (۱) نشان داده شده است [۷]. نسبت امپدانس (I) در محیط به شکل زیر تعریف می شود:

$$I = \frac{(\rho c)_{\text{soil}}}{(\rho c)_{\text{lining}}} \quad (24)$$

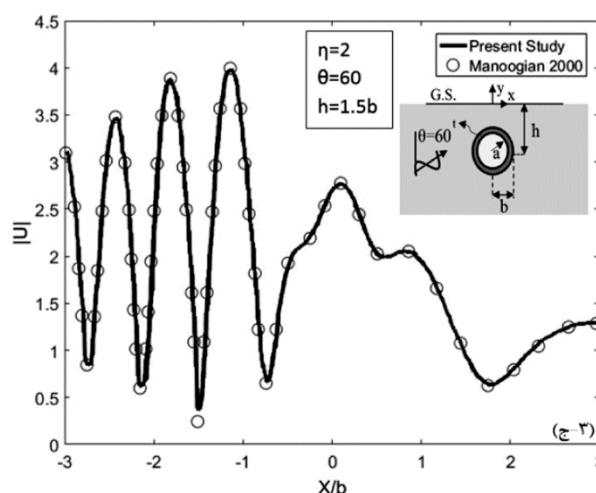
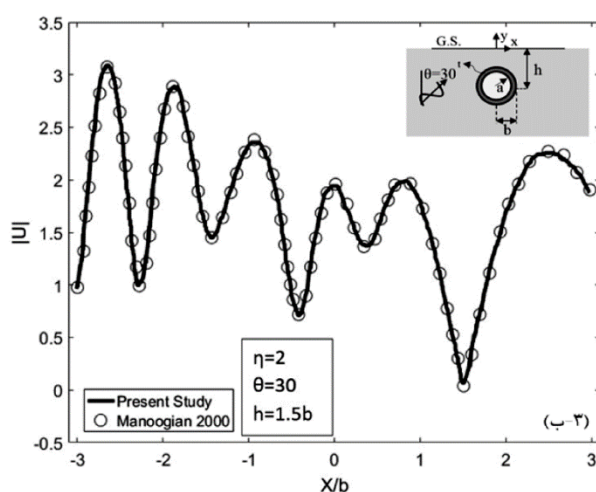
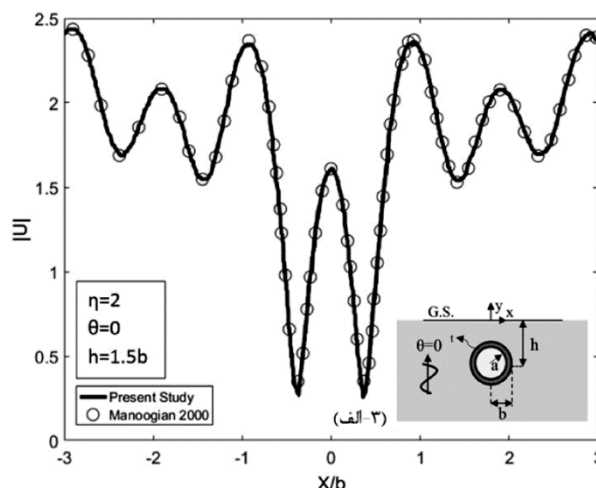
بر اساس مشخصات جدول (۱)، این نسبت برابر ۰/۱ در این مسئله به دست می آید. این بدان معناست که پوشش ده برابر سخت تر از محیط پیرامون است. برای دستیابی به پاسخ های مناسب مرز تونل با ۵۹ المان درجه دوم گسسته شده و ۱۲۱ نقطه درونی در سطح زمین تعریف شده است. عمق 1.5b برای تونل فرض شده و ضخامت بی بعد پوشش تونل برابر 0.1b، 0.2b و 0.3b در نظر گرفته شده است. زوایای موج ورودی به صورت ۰°، ۳۰°، ۶۰° و ۹۰° درجه مفروض هستند. پارامتر شیفیت زمان تابع ریکر و تعداد گام های زمانی با توجه به عمق تونل به ترتیب از ۲/۴ تا ۳/۴ ثانیه و از ۶۰۰ تا ۸۰۰ گام تغییر کرده است. لازم به توضیح است که مدت زمان به طول انجامیده برای این تحلیل در یک رایانه با پردازنده ۵ هسته ای ۴۰ ثانیه بوده است.

جدول (۱): مشخصات پوشش تونل و خاک پیرامون آن برای مطالعه عددی.

	چگالی (ton/m <sup>3</sup> )	سرعت موج برشی (m/sec)	مدول برشی (Gpa)
مشخصات خاک	1.64	275	0.124
مشخصات پوشش	2.41	1870	8.40

#### ۶-۱- پاسخ در حوزه زمان

در تحلیل حوزه زمان می توان مستقیماً ارتعاش سطحی را بر حسب زمان به دست آورد. شکل (۴) ارتعاشات سطح زمین را در حضور تونل دایره ای پوشش دار با ضخامت های 0.3b، 0، t=0 مدفون در عمق 1.5b و متأثر از موج SH نشان می دهد. شکل های سمت چپ مربوط به ضخامت t=0 و شکل های سمت راست مربوط به

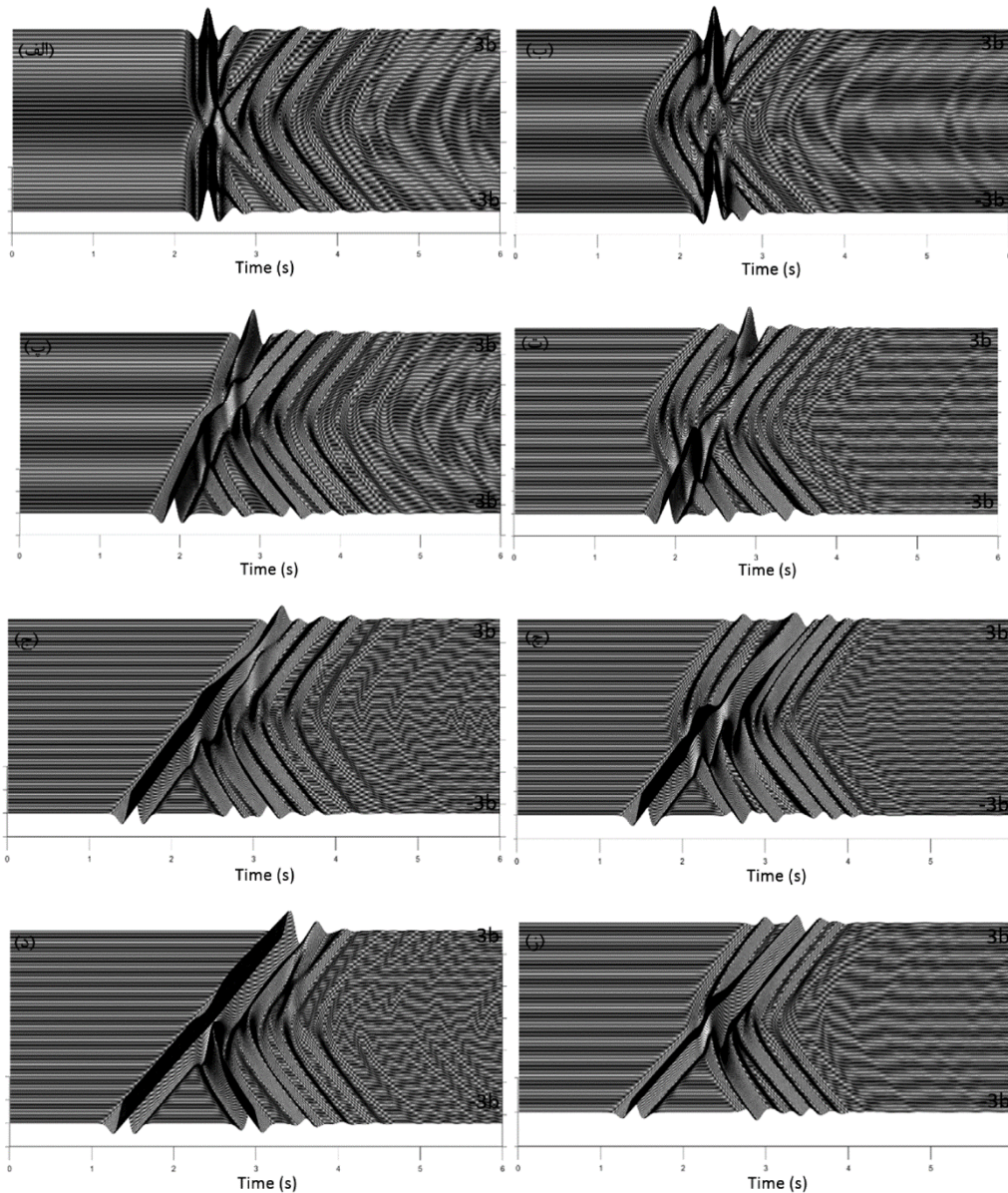


شکل (۳): دامنه تغییر مکان بی بعد سطح زمین در حضور تونل پوشش دار دایره ای مدفون تحت تأثیر امواج مایل SH در فرکانس بی بعد η=2.

#### ۶- مطالعه عددی

به منظور نمایش کارایی روش اجزای مرزی نیم صفحه در





شکل (۴): پاسخ سطح زمین در حوزه زمان برای تونل دایره‌ای پوشش‌دار با ضخامت‌های متغیر 0 و 0.3b تحت تأثیر امواج مهاجم SH با زاویه  $\theta$  الف)  $t=0, \theta=0$  ب)  $t=0.3b, \theta=0$  پ)  $t=0, \theta=30$  ت)  $t=0.3b, \theta=30$  ج)  $t=0, \theta=60$  چ)  $t=0.3b, \theta=60$  د)  $t=0, \theta=90$  ز)  $t=0.3b, \theta=90$

پوشش تونل بر الگوی پراکنش کاسته می‌شود به طوری که الگوی تغییر مکان نقاط سطح زمین در ضخامت  $t=0$  و  $t=0.3b$  به هم شبیه تر است.

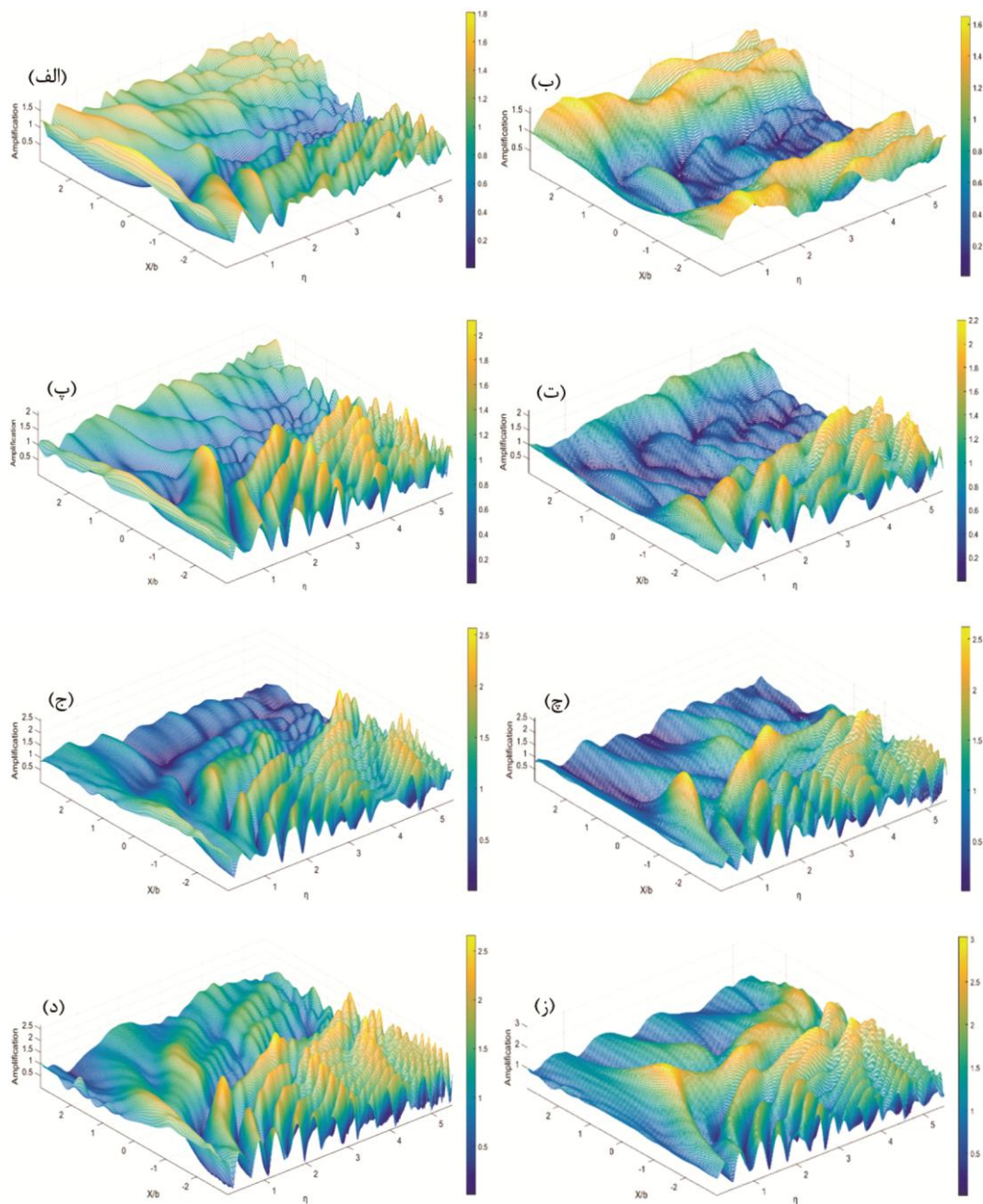
#### ۶-۲- پاسخ حوزه فرکانس

علاوه بر پاسخ در حوزه زمان در حوزه فرکانس نیز می‌توان پاسخ سطح زمین را به خوبی ارائه نمود؛ بنابراین، در شکل (۵) بزرگنمایی سه‌بعدی سطح زمین در حضور حفره پوشش‌دار و

$t=0.3b$  هستند. همان‌طور که در این شکل‌ها مشخص است زمانی که موج با زاویه صفر (شکل ۴-الف و ۴-ب) به سمت زمین گسیل شده است، تونل به عنوان یک جاذب موج عمل کرده و از رسیدن موج به ناحیه بالای آن جلوگیری کرده است که این مسئله در ضخامت پوشش  $t=0.3b$  بیشتر مشهود است. با افزایش زاویه موج مهاجم، الگوی پراکنش موج پیچیده‌تر شده و تغییر مکان سطح زمین در تمام نقاط روی تونل قابل مشاهده است. هرچه زاویه موج ورودی بیشتر می‌شود اثر افزایش ضخامت

بزرگنمایی در حالت وجود پوشش ( $t=0.3b$ ) با حالت عدم وجود آن ( $t=0$ ) کاملاً متفاوت است. چنانچه در شکل‌های (۵-الف) و (۵-ب) مشاهده می‌شود با افزایش فرکانس بی‌بعد نقش حضور تونل پوشش‌دار در خنثی‌سازی امواج لرزه‌ای در مقایسه با حالت بدون پوشش پررنگ‌تر است. با افزایش زاویه موج پاسخ‌ها شکل پیچیده‌تر به خود می‌گیرند و نقش

بدون پوشش مدفون در عمق  $1.5b$  ارائه شده است. در این شکل ضریب بزرگنمایی (نسبت دامنه پاسخ زمین به دامنه موج ورودی) سطح زمین بر حسب فرکانس بی‌بعد برای امواج مهاجم SH با زوایای مختلف نشان داده شده است. شکل‌های سمت چپ مربوط به حالت بدون پوشش  $t=0$  و شکل‌های سمت راست برای ضخامت پوشش  $t=0.3b$  مبین است. الگوی



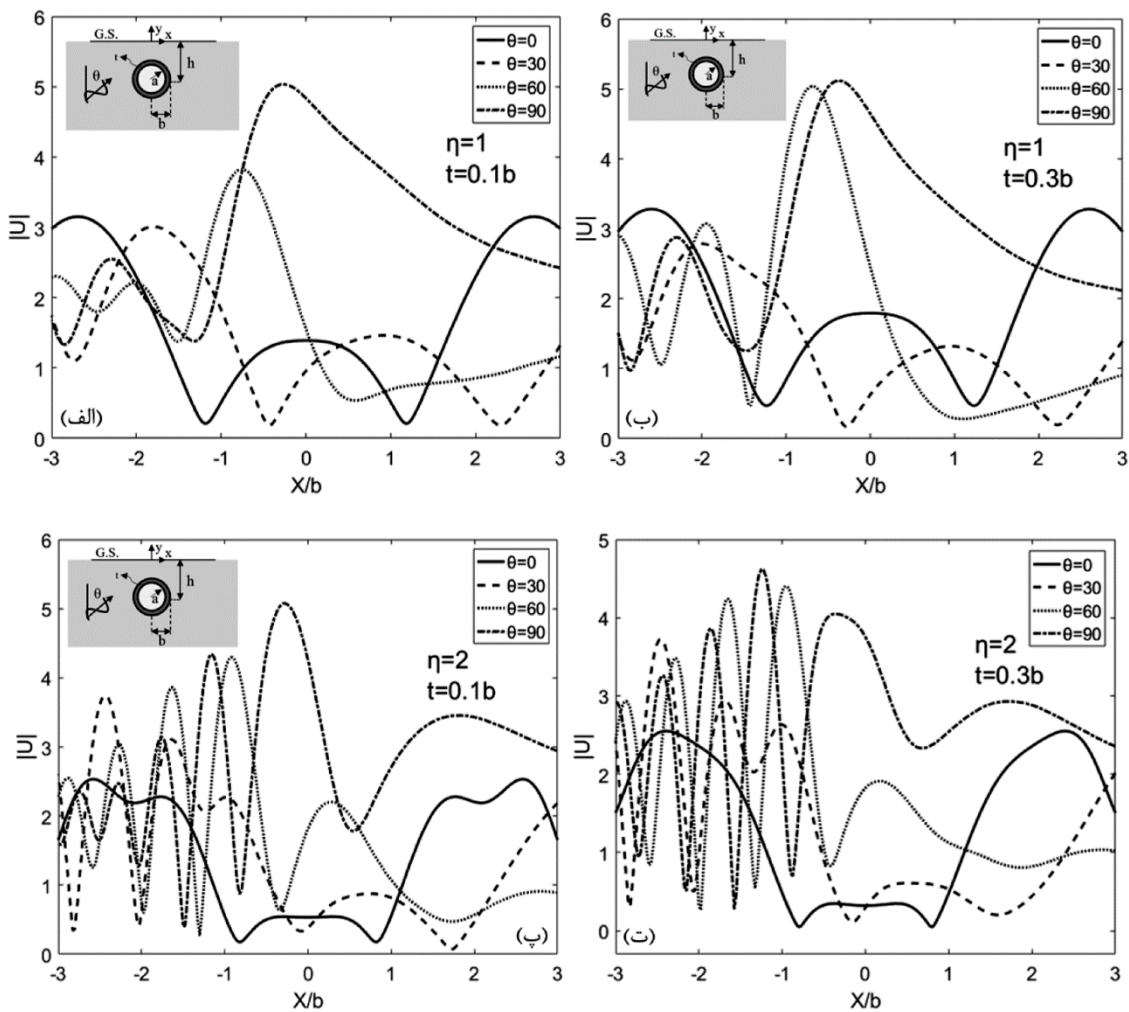
شکل (۵): الگوی سه‌بعدی بزرگنمایی سطح زمین در حضور یک تونل دایره‌ای پوشش‌دار با ضخامت‌های متغیر  $0b$  و  $0.3b$  تحت تأثیر امواج مهاجم SH با زاویه  $\theta$  (الف  $t=0b, \theta=0$  ب  $t=0.3b, \theta=0$  پ  $t=0b, \theta=30$  ت  $t=0.3b, \theta=30$  ج  $t=0b, \theta=60$  چ  $t=0.3b, \theta=60$  د  $t=0b, \theta=90$  ذ  $t=0.3b, \theta=90$ )

به این شکل‌ها، افزایش ضخامت پوشش تونل موجب تغییر پاسخ سطح زمین شده به طوری که می‌توان افزایش جزئی در پاسخ سطح زمین را با افزایش ضخامت پوشش به ویژه در زوایای موج مهاجم قائم مشاهده نمود. همانطور که در شکل‌های (۶-پ) و (۶-ت) نشان داده شده است، با افزایش فرکانس، افزایش در پاسخ سطح زمین قابل مشاهده است. افزایش زاویه موج مهاجم موجب تغییر در پاسخ‌های سطح زمین شده به طوری که علاوه بر تغییر فاز، دامنه پاسخ نیز بیشینه می‌شود. پاسخ سطح زمین در فرکانس‌های بالا با افزایش زاویه موج مهاجم شکل پیچیده‌تری به خود می‌گیرد به طوری که تغییرات دامنه پاسخ با دور شدن از تونل در این حالت بیشتر شده است (شکل ۶-پ و ۶-ت).

خنثی‌سازی تونل پوشش‌دار کم‌رنگ می‌شود. بیشینه دامنه‌ی پاسخ در گوشه‌های محل قرارگیری تونل به چشم می‌خورد. با توجه به شکل (۵-ب) مشخص است در فرکانس‌های پایین افزایش ضخامت پوشش تونل موجب شده تا دامنه جابه‌جایی‌های سطح زمین و ناحیه بالای آن کاهش یافته به طوری که این امر با افزایش زاویه موج مهاجم کمتر می‌شود.

### ۶-۳- اثر زاویه موج

در شکل (۶) دامنه تغییر مکان بی‌بعد شده سطح زمین بر حسب زوایای مختلف موج ورودی ارائه شده است. شکل‌های (۶-الف) و (۶-ب) مربوط به فرکانس  $\eta=1$  می‌باشند. با توجه



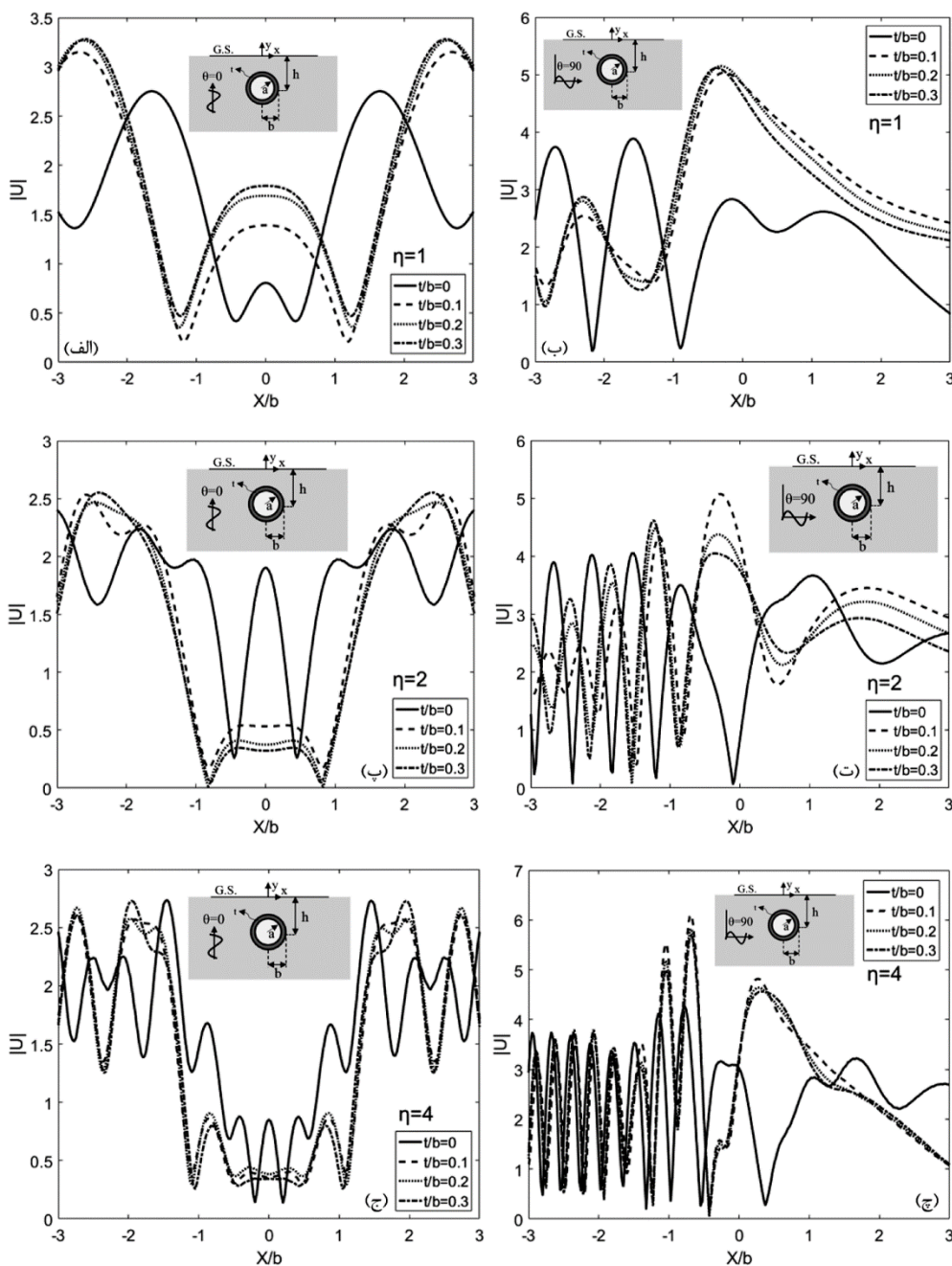
شکل (۶): تغییر مکان نرمالیزه سطح زمین در حضور تونل دایره‌ای پوشش‌دار مدفون در عمق  $1.5b$  برای زوایای مختلف موج مهاجم SH (الف)  $\eta=1$ ,  $t=0.1b$  (ب)  $\eta=1$ ,  $t=0.3b$  (پ)  $\eta=2$ ,  $t=0.1b$  (ت)  $\eta=2$ ,  $t=0.3b$ .



### ۶-۴- اثر ضخامت

فرکانس های پایین، تأثیر پوشش موجب کاهش پاسخ سطح زمین می شود. که با افزایش فرکانس کاسته می شود. همچنین، افزایش زاویه موج مهاجم از تأثیر پوشش بر پاسخ های سطح زمین می کاهد. در حالت وجود پوشش با افزایش فرکانس، پاسخ های سطح زمین برای زوایای موج مهاجم مختلف بسیار به هم نزدیک شده اند که این مسئله در شکل های (۷-پ) تا (۷-چ) به خوبی مشهود است.

در شکل (۷) دامنه تغییر مکان بی بعد شده سطح زمین برای تونل دایره ای با ضخامت پوشش مختلف ارائه شده است. چنانچه در این شکل ها مشاهده می شود حضور پوشش موجب تغییر چشمگیر پاسخ سطح زمین نسبت به حالت بدون پوشش ( $t/b=0$ ) شده است. وقتی موج به صورت قائم ( $\theta=0$ ) منتشر می شود به خصوص در



شکل (۷): دامنه تغییر مکان بی بعد شده سطح زمین در حضور تونل دایره ای پوشش دار مدفون در عمق  $1.5b$  برای ضخامت های مختلف پوشش؛ (الف)  $\theta=0$ ,  $\eta=1$  (ب)  $\theta=90$ ,  $\eta=1$  (پ)  $\theta=0$ ,  $\eta=2$  (ت)  $\theta=90$ ,  $\eta=2$  (چ)  $\theta=0$ ,  $\eta=4$  (ز)  $\theta=90$ ,  $\eta=4$ .

## ۷- نتیجه‌گیری

در این مطالعه روش اجزای مرزی نیم‌صفحه در حوزه‌ی زمان برای تحلیل لرزه‌ای سطح زمین و تعیین پراکنش امواج ناشی از یک تونل زیرزمینی پوشش‌دار مدور در برابر امواج مهاجم SH به کار گرفته شد. در استفاده از روش مزبور تنها نیاز شد تا مرز پیرامون تونل گسسته‌سازی شود. با تجزیه مدل به دو محیط همگن و تحلیل هر یک از آنها، معادلات هر محیط استخراج شد. با اعمال شرایط پیوستگی تنش و سازگاری تغییر مکان در وجه میانی پوشش، در نهایت معادلات مذکور سرهم شده و در یک فرآیند گام‌به‌گام زمانی حل شدند. روش پیشنهاد شده در یک الگوریتم رایانه‌ای به نام DASBEM [۴۶-۴۷، ۳۰] عددسازی شد و صحت آن به کمک برخی تحقیقات در دسترس مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان داد روش اجزای مرزی نیم‌صفحه در حوزه زمان از دقت مناسب برخوردار است. در ادامه نیز به عنوان مطالعه‌ی پارامتریک، اثر ضخامت پوشش یک تونل دایره‌ای بتنی بر پاسخ سطح زمین در برابر امواج مهاجم SH با زوایای مختلف مورد بررسی قرار گرفت که نتایج آن به شرح زیر قابل جمع‌بندی است:

۱- الگوی کلی پاسخ سه‌بعدی در حوزه‌ی زمان نشان داد با افزایش زاویه موج مهاجم، تفرق و انعکاس امواج سطح زمین متحمل شرایط پیچیده‌ای شده و افزایش ضخامت پوشش تونل سبب تغییر در الگوهای پاسخ شد.

۲- با افزایش ضخامت پوشش، افزایش اندک در دامنه‌ی پاسخ سطح زمین رؤیت شد که این موضوع در فرکانس‌های پایین مشهودتر شد.

۳- با افزایش زاویه موج مهاجم، پاسخ سطح زمین نزدیک به جبهه موج نه تنها دستخوش ازدیاد نوسان شده بلکه با فزونی در دامنه نیز مواجه شد.

۴- پاسخ سطح زمین در حضور حفره پوشش‌دار نسبت به حالت بدون پوشش کاملاً متفاوت شد. این تمایز علاوه بر اختلاف فاز، در تغییر دامنه پاسخ نیز مبین شد.

۵- نقش ایزولاسیون حضور پوشش در کاهش پاسخ سطح

زمین در مقایسه با عدم حضور آن به‌ویژه در هجوم امواج قائم پرننگ‌تر شد.

## مراجع

1. Ariman, T. and Muleski, G.E. (1981) A review of the response of buried pipelines under seismic excitations. *Earth. Engin. and Struc. Dynam.*, **9**, 133-151.
2. Panji, M. (2013) *Seismic Analysis of Topographic Features due to Propagating Incident SH-Waves by Half-Plane Time-Domain BEM*. Ph.D Dissertation, Islamic Azad University. Science and Research Branch. Tehran, Iran.
3. Lee, V.W. (1977) On the deformations near circular underground cavity subjected to incident plane SH-waves. *Proc. of Symp. of Appl. of Comp. Meth. in Engin.*, University of Southern California. Los Angeles. 951-962.
4. Datta, S.K. and Shah, A.H. (1982) Scattering of SH waves by embedded cavities. *Wave Moti.*, **4**, 265-283.
5. Lee, V.W. Chen, S., Hsu, I.R. (1999) Antiplane diffraction from canyon above subsurface unlined tunnel. *Journal of Engineering Mechanics*, **125**(6), 668-675.
6. Lee, V.W. and Trifunac, M.D. (1979) Response of tunnels to incident SH waves. *Journal of Engineering Mechanics Division*, **105**(4), 643-659.
7. Balendra, T., Thambiratnam, D.P., Koh, C.G., and Lee, S.L. (1984) Dynamic response of twin circular tunnels due to incident SH-waves. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **12**, 181-201.
8. Smerzini, C., Aviles, J., Paolucci, R., and Sanchez-Sesma, F.J. (2009) Effect of underground cavities on surface earthquake ground motion under SH wave propagation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **38**(12), 1441-1460.
9. Shi, S., Han, F., Wang, Z., and Liu, D. (1996) The interaction of plane SH-waves and non-circular cavity surfaced with lining in anisotropic media. *Appl. Math. and Mech.*, **17**(9), 855-867.

- rock tunnel using boundary element method. *Journ. of Geot. Engin.*, **115**(8), 1163-1169.
22. Xiao, B. and Carter, J.P. (1993) Boundary element analysis of anisotropic rock masses. *Engi. Anal. with Boun. Elem.*, **11**, 293-303.
23. Panji, M., Asgari Marnani, J., and Tavousi Tafreshi, Sh. (2011) Evaluation of effective parameters on the underground tunnel stability using BEM. *Journ. of Struc. Engin. and Geot.*, **1**(2), 29-37.
24. Panji, M., Koohsari, H., Adampira, M., Alielahi, H., and Asgari Marnani, J. (2016) Stability analysis of shallow tunnels subjected to eccentric loads by a boundary element method. *Journ. of Rock Mech. and Geot. Engin.*, **8**, 480-488.
25. Kattis, S.E., Beskos, D.E., and Cheng, H.D. (2003) 2D dynamic response of unlined and lined tunnels in poroelastic soil to harmonic body waves. *Earth. Engin. and Struc. Dynam.*, **32**, 97-110.
26. Liu, Z. and Liu, L. (2015) An IBEM solution to the scattering of plane SH-waves by a lined tunnel in elastic wedge space. *Earth. Sci.*, **28**(1), 71-86.
27. Luco, J.E. and de Barros, F.C.P. (1994) Dynamic displacements and stresses in the vicinity of a cylindrical cavity embedded in a half-space. *Earth. Engin. and Struc. Dynam.*, **23**(3), 321-340.
28. Manolis, G.D. and Beskos, D.E. (1983) Dynamic response of lined tunnels by an isoparametric boundary element method. *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Engin.*, **36**, 291-307.
29. Parvanova, S.L., Dineva, P.S., Manolis, G.D., and Wuttke, F. (2014) Seismic response of lined tunnels in the half-plane with surface topography. *Bull. of Earth. Engin.*, **12**(2), 981-1005.
30. Panji, M., Kamalian, M., Asgari Marnani, J., and Jafari, M.K. (2013) Transient analysis of wave propagation problems by half-plane BEM. *Geop. Journ. Inter.*, **194**(3), 1849-1865.
31. Dong, C.Y., Lo, S.H., and Cheung, Y.K. (2004) Numerical solution for elastic half-plane inclusion problems by different integral equation approaches. *Engin. Anal. with Boun. Elem.*, **28**, 123-130.
32. Dong, C.Y. and Lo, S.H. (2013) Boundary element
10. Hasheminejad, S.M. and Kazemirad, S. (2008) Dynamic response of an eccentrically lined circular tunnel in poroelastic soil under seismic excitation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **28**, 277-292.
11. Datta, S.K., Shah, A.H., and Wong, K.C. (1984) Dynamic stresses and displacements in buried pipe. *Journal of Engineering Mechanics*, **110**, 1451-1466.
12. Moore, I.D. and Guan, F. (1996) Three-dimensional dynamic response of lined tunnels due to incident seismic waves. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **25**, 357-369.
13. Manoogian, M.E. (2000) Scattering and diffraction of SH waves above an arbitrarily shaped tunnel. *ISET Journ. of Earth. Tech.*, **37**(1-3), 11-26.
14. Besharat, V., Davoodi, M., and Jafari, M.K. (2012) Effect of underground structures on free-field ground motion during earthquakes. *15<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, Lisbon, Portugal.
15. Esmaeili, M., Vahdani, S., and Noorzad, A. (2006) Dynamic response of lined tunnel to plane harmonic waves. *Tunn. and Unde. Spac. Tech.*, **21**, 511-519.
16. Faccioli, E., Maggio, F., Paolucci, R., and Quarteroni, A. (1997) 2D and 3D elastic wave propagation by a pseudo-spectral domain decomposition method. *Journal of Seismology*, **1**, 237-251.
17. Beskos, D.E. (1987) Boundary element methods in dynamic analysis. *Appl. Mech. Revi.*, **40**(1), 1-23.
18. Stamos, A.A. and Beskos, D.E. (1995) Dynamic analysis of large 3-D underground structures by the BEM. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **24**, 917-934.
19. Dominguez, J. and Meise, T. (1991) On the use of the BEM for wave propagation in infinite domains. *Engi. Anal. With Boun. Elem.*, **8**(3), 132-138.
20. Crouch, S.L. and Starfield, A.M. (1983) *Boundary Elements Methods in Solid Mechanics*. Department of Civil and Mineral Engineering. University of Minnesota.
21. Yang, L. and Sterling, R.L. (1989) Back analysis of



42. Takemiya, H. and Fujiwara, A. (1994) SH-wave scattering and propagation analyses at irregular sites by time domain BEM. *Bull. of the Seis. Soci. of Ame.*, **84**(5), 1443-1455.
43. Belytschko, T. and Chang, H.S. (1988) Simplified direct time integration boundary element method. *Jour. of Engi. Mech.*, **114**(1), 117-134.
44. Hirai, H. (1988) Analysis of transient response of SH wave scattering in a half-space by the boundary element method. *Engineering Analysis*, **5**(4), 189-194.
45. Panji, M., Kamalian, M., Asgari Marnani, J., and Jafari, M.K. (2013) Amplification pattern of semi-sine shaped valleys subjected to vertically propagating incident SH waves. *Jour. of Comp. Meth. in Engin.*, **32**(2), 87-111.
46. Panji, M., Kamalian, M., Asgari Marnani, J., and Jafari, M.K. (2014) Analyzing seismic convex topographies by a half-plane time-domain BEM. *Geoph. Journ. Inter.*, **197**(1), 591-607.
47. Panji, M., Kamalian, M., Asgari Marnani, J., and Jafari, M.K. (2014) Antiplane seismic response from semi-sine shaped valley above embedded truncated circular cavity: a time-domain half-plane BEM. *Inter. Journ. of Civil Engin.*, **12**(2), 193-206.
48. Panji, M. and Ansari, B. (2017) Transient SH-wave scattering by a lined tunnel embedded in an elastic half-plane. *Engi. Anal. with Boun. Elem.* **84**, 220-230.
49. Eringen, A.C. and Suhubi, E.S. (1975) *Elastodynamics Linear Theory*. Academic Press, New York.
50. Brebbia, C.A. and Dominguez, J. (1989) *Boundary Elements an Introductory Course*. Computational Mechanics Publications. Southampton, Boston.
51. Dominguez, J. (1993) *Boundary Elements in Dynamics*. Computational Mechanics Publications. Southampton, Boston.
52. Ohtsu, M. and Uesugi, S. (1985) Analysis of SH wave scattering in a half space and its applications to seismic responses of geological structures. *Engi. Anal.*, **2**(4), 198-204.
33. Panji, M. and Ansari, B. (2017) Modeling pressure pipe embedded in two-layer soil by a half-plane BEM. *Comp. and Geot.* **81**, 360-367.
34. Telles, J.C.F. and Brebbia, C.A. (1980) Boundary element solution for half-plane problems. *Inter. Journ. of Soli. and Stru.*, **12**, 1149-1158.
35. Ye, G.W. and Sawada, T. (1989) Some numerical properties of boundary element analysis using half-plane fundamental solutions in 2-d elastostatics. *Journ. of Comp. Mech.*, **4**, 161-164.
36. Ba, Z. and Yin, X. (2016) Wave scattering of complex local site in a layered half-space by using a multidomain IBEM: incident plane SH waves. *Geoph. Journ. Inter.*, **205**, 1382-1405.
37. Benites, R., Aki, K., and Yomogida, K. (1992) Multiple scattering of SH waves in 2-D media with many cavities. *Pure and Appl. Geoph.*, **138**(3), 353-390.
38. Alielahi, H., Kamalian, M., Asgari Marnani, J., Jafari, M.K., and Panji, M. (2013) Applying a time-domain boundary element method for study of seismic ground response in the vicinity of embedded cylindrical cavity. *Inter. Jour. of Civil Engi.*, **15**, 45-54.
39. Kamalian, M., Jafari, M.K., Sohrabi-Bidar, A., Razmkhah, A., and Gatmiri, B. (2006) Time-domain two-dimensional site response analysis of non-homogeneous topographic structures by a hybrid FE/BE method. *Soil. Dynam. and Earth. Engin.*, **26**(8), 753-765.
40. Kamalian, M., Gatmiri, B., Sohrabi-Bidar, A., and Khalaj, A. (2007) Amplification pattern of 2D semi-sine shaped valleys subjected to vertically propagating incident waves. *Inter. Journ. of Num. Meth. Biom. Engin.*, **23**(10), 871-887.
41. Kamalian, M., Jafari, M.K., Sohrabi-Bidar, A., and Razmkhah, A. (2008) Seismic response of 2D semi-sines shaped hills to vertically propagating incident waves: amplification patterns and engineering applications. *Earth. Spec.*, **24**(2), 405-430.

53. Reinoso, E., Wrobel, L.C., and Power, H. (1993) Preliminary results of the modeling of the Mexico City valley with a two-dimensional boundary element method for the scattering of SH waves. *Soil. Dyna. and Earth. Engin.*, **12**(8), 457-468.
54. Ricker, N. (1953) The form and laws of propagation of seismic wavelets. *Geoph.*, **18**(1), 10-40.

### نشانه گذاری

u	تغییر مکان مرزی و درونی
q	تنش مرزی
b	نیروی های حجمی
$\mu$	مدول برشی
$\rho$	چگالی
n	بردار نرمال مرزی
$\eta$	فرکانس بی بعد
$\omega$	سرعت زاویه ای
c	سرعت موج برشی
G	ماتریس متناظر با مقادیر تنش های مرزی
H	ماتریس متناظر با مقادیر تغییر مکان های مرزی

## Antiplane SH-Waves Scattering by a Circular Lined Cavity

Mehdi Panji<sup>1\*</sup> and Bahman Ansari<sup>2</sup>

1. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Zanjan Branch, Islamic Azad University, Zanjan, Iran,  
\*Corresponding Author, e-mail: m.panji@iauz.ac.ir
2. M.Sc. Graduate, Department of Civil Engineering, Zanjan Branch, Islamic Azad University, Zanjan, Iran

According to the extensive development of urban texture and the vital necessity of lifelines, infrastructure and underground openings have found an important role in human societies. A full understanding of the behaviors of underground tunnels including tunnels for transportation, water, and facilities, can assist in presenting an optimum layout. The importance of this issue has increased because of the complex performance of the tunnels against seismic loads. The seismic analysis of underground tunnels has been used by the researchers for almost half a century. Technically speaking, there are some analytical as well as semi-analytical methods for analyzing the ground response subjected to subsurface structures such as lined/unlined tunnels. Although these methods have high accuracy and used in the benchmark purposes, arbitrary shaped models with different boundary conditions cannot be easily applied in establishing the real problems. On the other hand, by developing the computers and software knowledge, the numerical approaches are frequently used for analyzing the continuum media in recent two decades, especially in soil mechanics. Based on the formulation, numerical approaches used in dynamic problems analysis can be usually divided into domain and boundary methods. In domain methods, such as finite element method (FEM) and finite difference method (FDM), it is required to discretize the whole body including internal parts and its boundaries. Although the simplicity of domain methods makes them favorite for analyzing seismic finite mediums, the models are complicated by discretizing the whole body and closing the boundaries in a distance far away from the interested zone for dynamic analysis of soil medium. In the response to the mentioned issues, the boundary element method (BEM) can be practically used for analyzing infinite/semi-infinite soil mediums in a better manner, due to discretizing only the boundaries of the problem. The BEM approaches can be formulated in the classes of full-plane (FBEM) and half-plane (HBEM) boundary element method.

In this study, a direct half-plane time-domain boundary element method (HBEM) was developed and successfully applied to analyze the transient response of ground surface in the presence of circular lined tunnels, embedded in a linear elastic half-plane, subjected to propagating incident plane SH-waves. The Fundamental solutions for the case of propagating SH-waves in single-medium environments in the presence of unlined tunnels and ground surface topographies have been developed by Panji et al. [30]. For Multi-medium problems such as lined tunnels embedded in deep/shallow soil, the use of single-medium fundamental solutions was expanded by considering substructure procedure such that the problem was decomposed into a pitted half-plane and a closed ring-shaped domain. To solve the model, only the interface and inner boundary of the lining need to be discretized. After computing the matrices and satisfying the compatibility as well as boundary conditions, the coupled equations were solved to obtain the boundary values. There are two types of boundary conditions on interface boundaries, the first of which is the equality of displacement between mediums, and the second one is the equality of normal and shear stresses along the interface. These two conditions must be considered when the boundary equation is formed. In addition, to boundary conditions it is required to apply free-field displacement effects on the displacement of boundary and internal points. Free-field displacement provides the effects of wave incident and reflectance when the wave arrives to boundary or internal nodes. For Multi-medium problems such as lined tunnels embedded in deep/shallow soil, the free-field displacement accomplishes in the same way that it was done for single-medium problems.

The mentioned method was successfully implemented in a developed computer code called DASBEM [30]. To validate the responses, a practical example was analyzed and compared with those of the published works. Manoogian [13] has obtained ground surface frequency domain responses for the case of embedded lined circular tunnel in shallow soil medium. By implementing the problem into the DASBEM, the results were obtained and compared with those of Manoogian [13]. The results showed that the analytical and numerical responses are in good agreement. Finally, in a parametric study, a circular lined tunnel was evaluated and the effect of depth and incident wave angle on ground surface response was analyzed. The results mainly showed that the ground surface frequency response due to tunnels without lining is more than that of lined tunnels. The method used in this paper is recommended to obtain the transient response of underground structures in combination with other numerical methods.

**Keywords:** Half-plane BEM, Time Domain, SH Waves, Circular Lined Cavity, Seismic Analysis, Surface Response.