

چکیده

در مقاله‌ی حاضر کاربرد روش تحریک بحرانی احتمالاتی برای تابع هدف جابه‌جایی در سیستم‌های چند درجه‌آزاد مورد بررسی قرار گرفته است. نشان داده می‌شود که حد بالای انرژی ورودی کل زلزله در واحد جرم می‌تواند یک معیار منطقی برای تخمین محدوده‌ی مجاز انرژی زلزله‌های مشابه احتمالی باشد؛ بنابراین می‌توان این حد را ثابت نگه‌داشته و در مقابل با تغییر در دامنه و محتوای فرکانسی تحریک، رکورد دیگری که تابع هدف انتخابی را بیشینه نماید، تولید نمود. با معرفی این حد به‌عنوان قید مسئله، روش تحریک بحرانی برای تولید شتاب‌نگاشت مصنوعی سازگار با سه مدل قاب برشی ۸، ۱۴ و ۲۰ طبقه به کار گرفته می‌شود. به منظور نشان دادن کارایی روش، با استفاده از تحریک‌های بحرانی یافته شده و سه رکورد واقعی متناظر با سه مدل، به عنوان تحریک‌های بحرانی فرضی، تحلیل دینامیکی خطی انجام گرفته و کمیت‌های مورد علاقه، شامل بیشینه‌ی جابه‌جایی، دریافت و شتاب طبقات مورد مقایسه قرار می‌گیرند. نتایج نشان می‌دهد که شتاب‌نگاشت‌های مصنوعی ساخته شده می‌توانند تخمین قابل قبولی از رفتار سازه به دست دهند.

کلمات کلیدی: تحریک بحرانی، فرآیند تصادفی غیر ایستا، انرژی ورودی کل در واحد جرم، شتاب‌نگاشت مصنوعی

تعیین تحریک بحرانی سیستم‌های چند درجه‌آزاد بر اساس تابع هدف جابه‌جایی و قید انرژی

ارسلان بذرافشان

دانش‌آموخته‌ی کارشناسی ارشد مهندسی زلزله، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

ناصر خاجی (نویسنده مسؤول)

استاد مهندسی زلزله، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
nkhajji@modares.ac.ir

۱- مقدمه

این روش در پی یافتن تحریکی است که از میان دسته‌ای از ورودی‌های مجاز، کمیت دلخواهی از پاسخ سازه را بیشینه نماید. این کمیت دلخواه، تابع هدف نامیده می‌شود. هر سازه مشخصات دینامیکی خاص خود را دارد و لذا پاسخ آن در برابر یک ورودی مشخص متفاوت است؛ بنابراین، هر سازه باید برای ورودی مخصوص خود طراحی شود. روش تحریک بحرانی ابزار مناسبی برای تعیین این ورودی فراهم می‌کند.

این روش برای نخستین بار توسط درنیک [۱] برای سیستم یک‌درجه‌آزاد الاستیک خطی با میرایی ویسکوز و به منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های ذاتی حرکات زمین ارائه شد. وی نشان داد که تحریک بحرانی تعینی یک سیستم یک‌درجه‌آزاد الاستیک خطی با میرایی ویسکوز عکس تابع پاسخ ضربه‌ی ارتعاش آزاد سیستم است. شینوزوکا [۲] با بررسی مسئله‌ی

با گسترش روزافزون کاربرد روش‌های تحلیل دینامیکی، انتخاب زلزله طرح مناسب به بخش مهمی از فرآیند طراحی تبدیل شده است. برای سازه‌های با اهمیت متوسط و کم، معمولاً زلزله طرح توسط آیین‌نامه‌های زلزله به صورت طیف طرح فراهم می‌شود؛ اما برای سازه‌های مهم، با توجه به لزوم انجام تحلیل دینامیکی تاریخچه‌زمانی، استفاده از حرکات ثبت‌شده زمین به عنوان ورودی اجتناب‌ناپذیر است. اگرچه، حرکات موجود تنها بخشی از واقعیت را نشان می‌دهند. تجربیات زلزله‌های گذشته نشان می‌دهد که اتکای صرف به داده‌های موجود هرگز تمام مسئله را حل نخواهد کرد و آسیب‌ها و مشکلات، حتی در زلزله‌های اخیر، همواره خود را نشان می‌دهند. برای غلبه بر این مسئله، باید از مفهوم جدیدی استفاده شود. روش تحریک بحرانی و طراحی سازه بر مبنای آن می‌تواند چنین مفهومی باشد.

بیشینه‌ی جابه‌جایی سیستم محسوب می‌گردد، به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود. مشکل اصلی در هنگام استفاده از این روش انتخاب قیده‌های مناسب مسئله است. نشان داده می‌شود که حد بالای انرژی ورودی کل زلزله در واحد جرم می‌تواند به‌عنوان قید مناسب برای مسئله‌ی تحریک بحرانی در نظر گرفته شود. این حد می‌تواند یک معیار منطقی برای تخمین محدوده‌ی مجاز انرژی زلزله‌های مشابه احتمالی باشد. با در نظر گرفتن این حد به‌عنوان قید، از روش موردنظر برای تعیین پاسخ مسئله به‌صورت تابع چگالی طیفی توان بحرانی و تولید شتاب‌نگاشت‌های مصنوعی استفاده می‌شود. به‌منظور نشان دادن کارایی روش، از سه رکورد واقعی متناظر با سه مدل استفاده می‌شود که به‌عنوان تحریک‌های بحرانی فرضی در نظر گرفته می‌شوند. این رکوردها صرفاً به‌عنوان مبنایی برای صحت‌سنجی تحریک‌های بحرانی به کار خواهند رفت.

۲- تحریک بحرانی برای سیستم چند درجه آزاد

یک سیستم چند درجه آزاد الاستیک خطی با میرایی ویسکوز که تحت شتاب پایه‌ی غیر ایستای $\ddot{u}_g(t)$ قرار دارد را در نظر بگیرید. شتاب ورودی به‌صورت حاصل ضرب یک تابع پوش تعینی داده شده، $c(t)$ ، در یک فرآیند تصادفی ایستا با میانگین صفر، $w(t)$ ، تعریف می‌شود. با در نظر گرفتن مجموع متوسط مربعات پاسخ دریافت طبقات سیستم به‌عنوان تابع هدف، می‌توان نوشت:

$$f = \sum_{k=1}^n \sigma_{D_k} (t)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} H(t, \omega) S_w(\omega) d\omega \quad (1)$$

که در آن، n تعداد درجات آزادی سیستم و $S_w(\omega)$ چگالی طیفی توان تابع $w(t)$ بوده و $H(t, \omega)$ به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

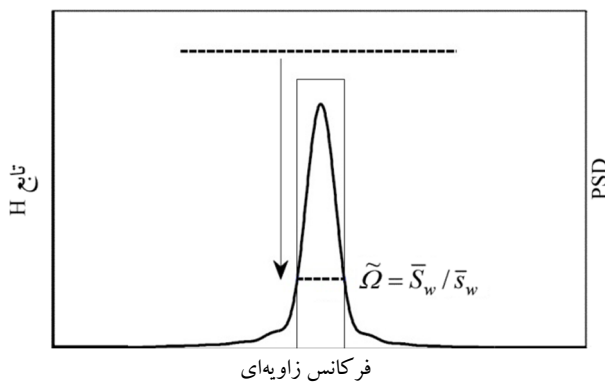
$$H(t, \omega) = \sum_{k=1}^n \left[\left(\sum_{j=1}^n \Gamma_j (\varphi_k^j - \varphi_{k-1}^j) A_{Cj}(t, \omega) \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^n \Gamma_j (\varphi_k^j - \varphi_{k-1}^j) A_{Sj}(t, \omega) \right)^2 \right] \quad (2)$$

درنیک در حوزه‌ی فرکانس مزیت‌های فرمول‌بندی در حوزه‌ی فرکانس را مطرح نمود. از آن پس روش تحریک بحرانی مورد توجه محققان دیگری نیز قرار گرفت. سرنی‌واسان و همکاران [۳] روش درنیک را به سیستم‌های MDF توسعه دادند. با توجه به این روش پیشنهادی درنیک محافظه‌کارانه بود مجموعه‌ای از روش‌های زیربحرانی برای رفع این مشکل پیشنهاد شدند [۴-۶]. برخی از محققین توابع هدف دیگری را به‌جای جابه‌جایی در مسائل تحریک بحرانی مورد استفاده قرار دادند. احمدی [۷] با در نظر گرفتن پاسخ شتاب به‌عنوان تابع مسئله تحریک بحرانی دیگری را بررسی نمود. تاکواکی [۸] مسئله‌ی مشابهی را به روش احتمالاتی مورد بررسی قرارداد. وسترمو [۹] و تاکواکی [۱۰] انرژی ورودی زلزله در واحد جرم را به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفتند. تاکواکی [۱۱] در یک مسئله‌ی تحریک بحرانی نرخ انرژی ورودی زلزله در واحد جرم و در مسئله‌ی دیگر [۱۲] تابع پوش بحرانی را به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفت.

ایانگر [۱۳] مسئله‌ی تحریک بحرانی را برای سیستم‌های غیرخطی توسعه داد. درنیک [۱۴] مفهوم خطی‌سازی معادل را برای تعیین تحریک بحرانی سیستم‌های غیرخطی ارائه نمود. بر اساس این مفهوم کارهای مختلفی در زمینه‌ی سیستم‌های غیرخطی انجام شده است [۹، ۱۵، ۱۶].

مفهوم تحریک بحرانی احتمالاتی برای نخستین بار توسط ایانگر و مانوهار [۱۷] مطرح شد. آنها از یک فرآیند تصادفی غیر ایستا برای مدل شتاب حرکت ورودی زمین استفاده کردند. پس از آن مسئله‌ی تحریک بحرانی احتمالاتی مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفت [۱۸-۲۰]. تاکواکی [۲۱] با استفاده از دو قید جدید روش تحریک بحرانی ساده‌تری را برای ورودی‌های ایستا و غیر ایستا توسعه داد. بر اساس روش وی، پاسخ مسئله به‌صورت تابع چگالی طیفی مستطیلی در نظر گرفته می‌شود.

در مقاله‌ی حاضر از روش تاکواکی [۲۱] برای تعیین تحریک بحرانی برای سه مدل قاب برشی که به‌صورت سیستم چند درجه آزاد مدل می‌شوند، استفاده شده است. در این روش مجموع متوسط مربعات پاسخ دریافت طبقات که شاخصی از



شکل (۱): روش تعیین تابع چگالی طیفی توان مستطیلی

مقدار \bar{S}_w در سطح زیر منحنی $H(t_i, \omega)$ در بازه‌ی $\tilde{\Omega}$ به دست می‌آید. این به آن معنی است که مقدار تابع هدف متناسب با \bar{S}_w است. با توجه به مفهوم \bar{S}_w و \bar{S}_w ، توصیه‌ی یک مقدار مشخص برای آنها به سادگی امکان‌پذیر نیست؛ بنابراین تخمین این که به ازای چه مقدار \bar{S}_w تحریرک غیر ایستای نهایی به اندازه‌ی کافی بحرانی خواهد بود، بسیار دشوار است. با این وجود، یک فرض منطقی برای نسبت \bar{S}_w / \bar{S}_w قابل تعیین است. به این ترتیب روش حاضر می‌تواند دست کم برای تعیین محل تابع مستطیلی همچنان مورد استفاده قرار گیرد.

۳- بحث در مورد قیدهای مسئله

تمام مسائل تحریرک بحرانی به طور کلی دارای یک یا چند قید هستند. این قیدها برای این که مدل تحریرک ارائه شده از نظر فیزیکی واقعی و قابل قبول باشد، ضروری‌اند. از این رو پاسخ یک مسئله‌ی تحریرک بحرانی به شدت به نحوه‌ی انتخاب قیدهای آن بستگی دارد. یک انتخاب نامناسب می‌تواند به نتایج غیر منطقی و یا دست پایین منجر شود؛ بنابراین انتخاب قیدی که بتواند شرایط واقعی را در نظر بگیرد ضروری است.

تاکوآکی [۱۰] با در نظر گرفتن قیدهایی بر روی شتاب و سرعت، یک حد بالا برای انرژی ورودی واحد جرم یک سیستم الاستیک خطی میرا، تحت یک رکورد مشخص، تعیین نمود. این حد توسط دو منحنی تعریف می‌شود که در محدوده‌ی پیوندهای

که در رابطه‌ی (۲) ϕ_k^j مؤلفه‌ی k ام از j امین بردار ویژه، و Γ_j ضریب مشارکت مد j ام بوده و داریم:

$$A_{c_j}(t, \omega) = \int_0^t c(\tau) g_j(t - \tau) \cos \omega \tau d\tau \quad (۳)$$

$$A_{s_j}(t, \omega) = \int_0^t c(\tau) g_j(t - \tau) \sin \omega \tau d\tau \quad (۴)$$

و تابع $g_j(t)$ نیز پاسخ ارتعاش آزاد ضربه‌ی واحد است و از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$g_j(t) = H_e(t) \frac{1}{\omega_{d_j}} e^{-h_j \omega_j t} \sin \omega_{d_j} t \quad (۵)$$

مسئله‌ی تحریرک بحرانی چنین تعریف می‌شود: با داشتن ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی یک سیستم چند درجه آزاد الاستیک خطی، و همچنین داشتن تابع پوش $c(t)$ ، تابع چگالی طیفی توان بحرانی $\tilde{S}_w(\omega)$ را طوری بیابید که به ازای قیدهای زیر، تابع هدف $f = \sum_{k=1}^n \sigma_{D_k}(t)^2$ بیشینه شود:

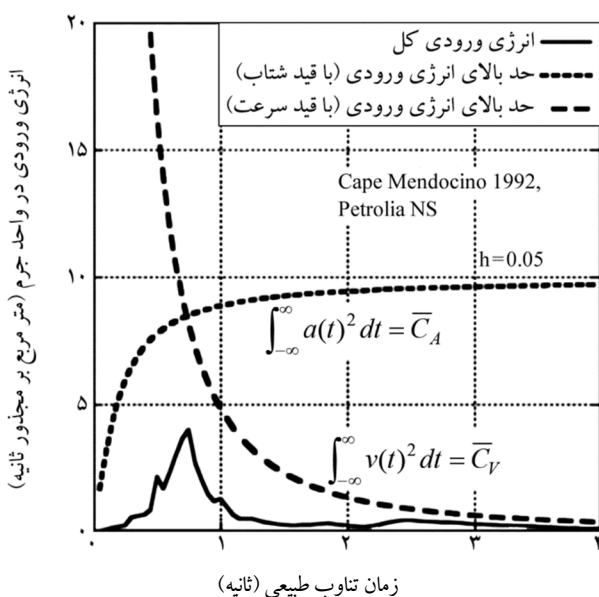
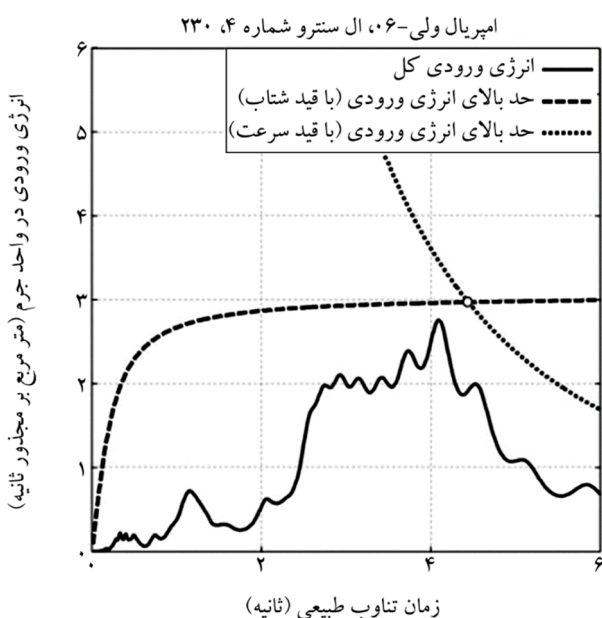
$$\int_{-\infty}^{+\infty} S_w(\omega) d\omega \leq \bar{S}_w, \quad \sup S_w(\omega) \leq \bar{S}_w \quad (۶)$$

در رابطه‌ی فوق \bar{S}_w و \bar{S}_w مقادیر دلخواهی هستند که باید به عنوان قید مسئله انتخاب شوند. در حالتی که دامنه‌ی تابع چگالی طیفی توان محدود است، $\tilde{S}_w(\omega)$ می‌تواند به صورت تابعی که در بازه‌ی مشخص $\tilde{\Omega} = \bar{S}_w / \bar{S}_w$ ، دارای مقدار ثابت \bar{S}_w است، در نظر گرفته شود. این ورودی، ورودی با تابع چگالی طیفی توان مستطیلی نامیده می‌شود. برای مشخص کردن محل این ورودی بر روی نمودار، در زمان مشخص t_i ، می‌توان یک خط افقی را آن قدر روی منحنی تابع $H(t_i, \omega)$ جابه‌جا نمود تا فاصله‌ی نقاط تقاطع خط و منحنی از هم برابر با $\tilde{\Omega}$ گردد، شکل (۱). به این ترتیب توابع چگالی طیفی توان بحرانی در زمان‌های مختلف به صورت تابع مستطیلی مشخص شده و تاریخچه‌ی زمانی تابع هدف تعیین می‌گردد. در نهایت، تابع مستطیلی متناظر با مقدار بیشینه تابع هدف به عنوان پاسخ مسئله در نظر گرفته می‌شود.

برای حل این مسئله، باید ابتدا قیدهای مسئله انتخاب شوند. با توجه به رابطه‌ی (۲)، مقدار تابع هدف در زمان t_i از حاصل ضرب

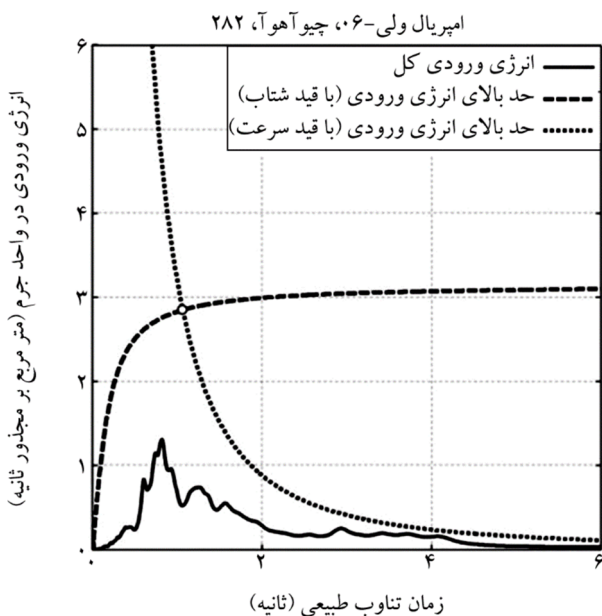
تغییر کرده است. با حرکت این حد به سمت راست محتوای انرژی رکورد در محدوده‌ی پرپیوندهای بلند افزایش یافته و مقدار بیشینه‌ی آن نیز حدوداً دو برابر شده است. به عبارت دیگر، علیرغم داشتن حد بالای تقریباً یکسان مقدار بیشینه انرژی ورودی مقادیر متفاوتی داشته و در پرپیوندهای مختلفی واقع شده است. در سایر زلزله‌ها نیز چنین وضعیتی قابل مشاهده است. بر این اساس، حد

کوتاه و بلند، منحنی انرژی را به خوبی محدود می‌کنند. این حدود در شکل (۲) نشان داده شده‌اند. منحنی اول که با اعمال قید بر روی انتگرال زمانی مربعات شتاب به دست می‌آید شاخصی از انرژی کل به دست می‌دهد. این انرژی در محدوده‌ی پرپیوندهای بلند توسط منحنی دوم که بر اساس قیدی مشابه بر روی سرعت حاصل می‌شود، محدود می‌گردد. این موضوع نشان می‌دهد که عواملی که موجب تغییر در ساختار سرعت می‌شوند می‌توانند به تولید یک رکورد پرپیوند بلند منجر شوند. محل تلاقی این دو منحنی می‌تواند تصویری از پرپیوند غالب محتمل رکورد به دست دهد. البته بیشینه‌ی انرژی واقعی لزوماً در این نقطه رخ نمی‌دهد.



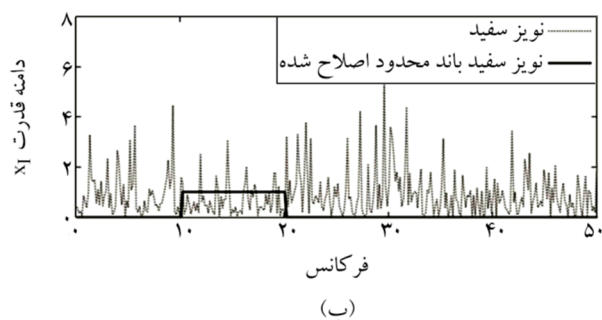
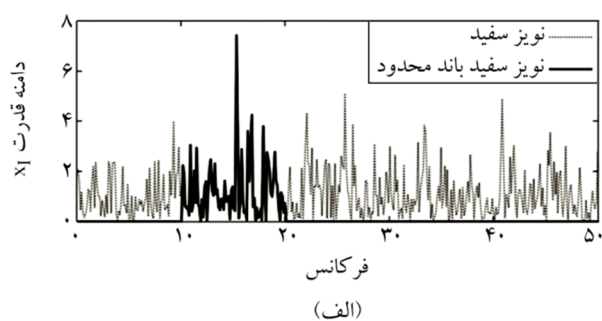
شکل (۲): نمایش حدود بالای انرژی حاصل از قید شتاب و قید سرعت [۱۰]

بررسی شتاب‌نگاشت‌های زلزله‌های مختلف نشان می‌دهد که حتی برای رکوردهای دارای حد بالای انرژی حاصل از قید شتاب یکسان، مقدار حداکثر انرژی واقعی رکورد ثابت نیست. به علاوه این مقدار حداکثر می‌تواند در پرپیوندهای مختلفی رخ دهد. در شکل (۳) انرژی ورودی دو رکورد مختلف از زلزله‌ی امپریال ولی (۱۹۷۹) در فواصل ۱۹ و ۲۷ کیلومتری نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد افزایش فاصله‌ی منجر به افت زیادی در حد بالای انرژی حاصل از قید شتاب نشده است. اما در مقابل، حد بالای انرژی حاصل از قید سرعت به مقدار قابل توجهی



شکل (۳): انرژی ورودی کل در واحد جرم برای رکوردهای دو ایستگاه مختلف در فواصل ۱۸ و ۲۷ کیلومتری از مرکز زلزله‌ی امپریال ولی (میرایی = ۰.۵)

شکل (۴-الف) مشاهده می‌شود، چگالی طیفی توان تحریک تولید شده به این روش کاملاً غیر یکنواخت بوده و محدوده‌ی تغییرات آن نیز قابل ملاحظه است. چنین تغییراتی رسیدن به شرایط مورد نظر را بسیار دشوار می‌نماید. در روش تحریک بحرانی، به یک تابع چگالی طیفی مستطیلی نیاز است که مقدار بیشینه و همچنین سطح زیر آن قابل کنترل باشد. برای تأمین این شرایط، کافی است پس از ایجاد نویز سفید، دامنه‌ی فوریه متناظر با آن بر اساس محدوده‌ی فرکانسی و دامنه‌ی تابع چگالی طیفی توان مستطیلی، اصلاح گردد و سپس از آن عکس تبدیل فوریه گرفته شود. به این ترتیب با تکرارهای بسیار کمتری می‌توان به جواب قابل قبول رسید، برای جزئیات بیشتر به شکل شکل (۵) مراجعه شود.



شکل (۴): مقایسه‌ی چگالی طیفی توان نویز سفید کامل و نویز سفید باند محدود در دو حالت (الف) اصلاح نشده و (ب) اصلاح شده

۴- مدل سازه‌ای

به منظور بررسی اثر تحریک‌های بحرانی تولید شده بر سازه، از سه مدل قاب برشی ۸، ۱۴ و ۲۰ طبقه استفاده می‌شود. از آنجا که روش تحریک بحرانی مورد استفاده بر مبنای سیستم‌های چند درجه آزاد توسعه یافته است، پس طراحی مدل‌ها به صورت قاب خمشی فولادی، در نرم‌افزار ETABS، لازم است جرم و

بالای انرژی حاصل از قید شتاب را می‌توان به عنوان معیاری برای تخمین محدوده‌ی مجاز انرژی زلزله‌های مشابه احتمالی در نظر گرفت. این حد تنها به دو مقدار سطح زیر منحنی چگالی طیفی حرکت زمین و حداکثر مقدار آن وابسته است؛ بنابراین این دو پارامتر می‌توانند معرف یک دسته از حرکات زمین باشند که رکورد موجود تنها یک نمونه از تحقق آنهاست. با کنترل این دو پارامتر می‌توان حد بالای انرژی را ثابت نموده و سپس با تغییر در دامنه و محتوای فرکانسی تحریک‌های بحرانی لازم را به نحوی که بر حسب هدف طراحی سازگاری مناسبی با سازه داشته باشند، تعیین کرد. به عبارت دیگر، با داشتن یک نمونه حرکت زمین می‌توان رکورد دیگری که حد بالای یکسان ولی محتوای انرژی متفاوتی داشته باشد ایجاد نمود.

برای رسیدن به حد بالای انرژی حاصل از قید شتاب مشخص،

لازم است قیده‌ای زیر به مسئله تحریک بحرانی معرفی شوند:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S_g(\omega) d\omega = \bar{S}_g, \quad \sup S_g(\omega) = \bar{s}_g \quad (7)$$

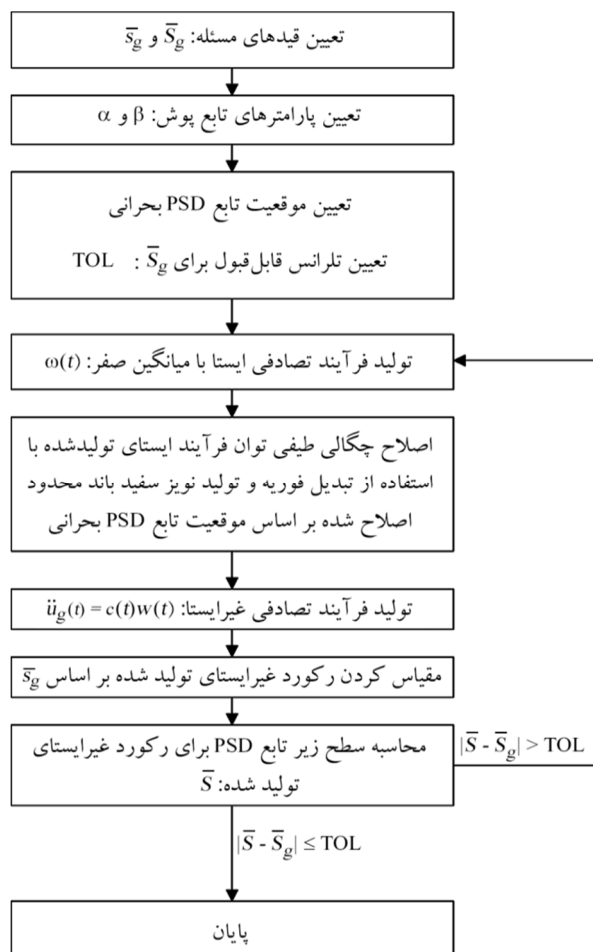
در رابطه‌ی (۷)، $S_g(\omega)$ چگالی طیفی توان تحریک غیر ایستای تولید شده، تابع $\ddot{u}_g(t)$ است. بر خلاف روش معمول از قید بر روی چگالی طیفی توان تابع $\ddot{u}_g(t)$ ، به جای تابع $w(t)$ استفاده شده است. مقادیر این قیده‌ها می‌توانند بر اساس مقادیر یک رکورد هدف انتخاب شوند.

برای اعمال قیده‌های ارائه شده، لازم است مقدار بیشینه و سطح زیر منحنی چگالی طیفی توان تحریک تولید شده برابر با مقدار مشخصی باشد. همان‌طور که گفته شد، برای تولید تحریک از یک فرآیند تصادفی غیر ایستا، به صورت حاصل ضرب یک تابع پوش در یک فرآیند تصادفی ایستا با میانگین صفر، استفاده می‌شود. با توجه به ماهیت تصادفی روش مورد استفاده، برای رسیدن به تحریکی که کاملاً در شرایط مورد نظر صدق کند، نیاز به یک روند تکراری خواهد بود. به منظور تولید فرآیند تصادفی ایستای باند محدود، پس از تولید نویز سفید، با استفاده از تبدیل فوریه فرکانس‌های ناخواسته حذف شده و سپس با استفاده از عکس تبدیل فوریه فرآیند مورد نظر اصلاح می‌گردد؛ اما همان‌طور که در

نگارنده اول توسعه یافته- استفاده می شود. مدل ساختمان های مورد نظر به صورت متقارن، با ارتفاع ثابت ۳/۲ متر در همه ی طبقات و دارای چهار دهانه ی ۵ متری در هر دو امتداد در نظر گرفته شده است، شکل (۶). زمان تناوب مد اصلی نوسان برای سه مدل به ترتیب برابر ۰/۸۱، ۱/۴۱ و ۲/۰۶ ثانیه می باشد.

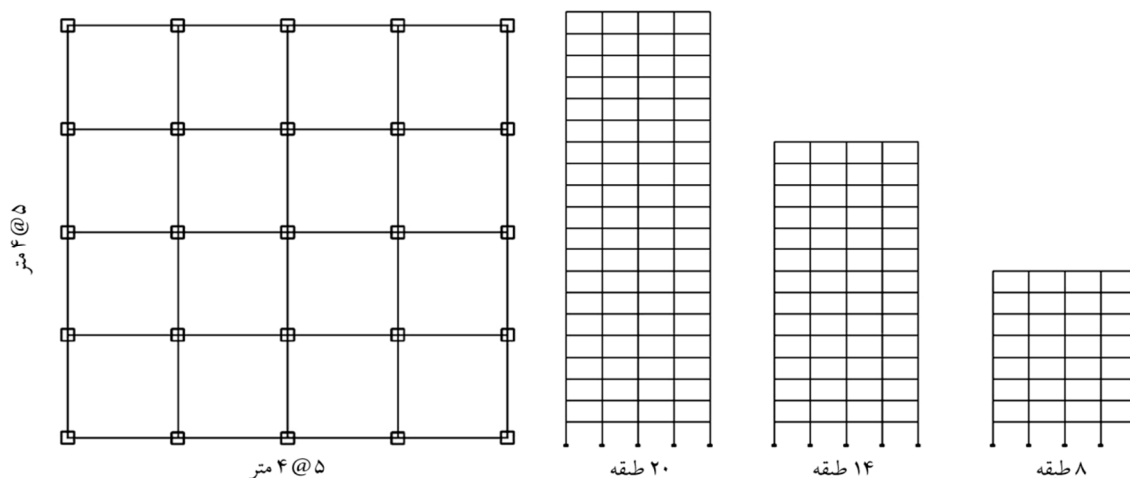
۵- تعیین تحریک بحرانی سیستم های چند درجه آزاد منطبق بر مدل های سازه ای

برای تولید تحریک بحرانی از یک رکورد پایه به عنوان قید مسئله استفاده می شود. شکل (۷) انرژی ورودی کل این زلزله را نشان می دهد. مشخصات این رکورد در جدول (۱) ارائه شده است. با در نظر گرفتن حد بالای انرژی این رکورد به عنوان قید مسئله، رکوردهای لازم به نحوی که بر اساس تابع هدف انتخابی، جابه جایی، سازگاری مناسبی با مدل های مورد نظر داشته باشند، تعیین می شوند. قیدهای لازم برای مسئله ی تحریک بحرانی (\bar{S}_g و \bar{S}_g) برای رکورد پایه به ترتیب عبارتند از ۰/۶۳۸۲ و ۰/۱۱۴۷. با استفاده از این قیدها و با به کارگیری یک تابع پوش به فرم $C(t) = e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}$ تا مدت زمان ۵۰ ثانیه، تحریک بحرانی به صورت تابع مستطیلی تعیین شده و سپس سه رکورد مصنوعی سازگار با سه مدل تولید می شود. در شکل (۸) تابع پوش مورد استفاده نشان داده شده است.



شکل (۵): الگوریتم تکراری تولید شتاب نگاشت مصنوعی

سختی طبقات تعیین شده و سپس مدل MDOF منطبق با آن برای انجام تحلیل دینامیکی خطی به کار گرفته شود. برای انجام تحلیل دینامیکی و تحلیل نتایج از نرم افزار لرزه نگار - که توسط

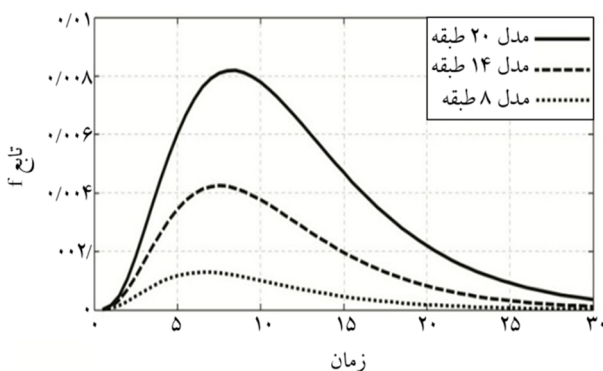


شکل (۶): هندسه و پلان سازه های طراحی شده

جدول (۱): مشخصات رکورد هدف و رکوردهای مورد استفاده در تحلیل دینامیکی

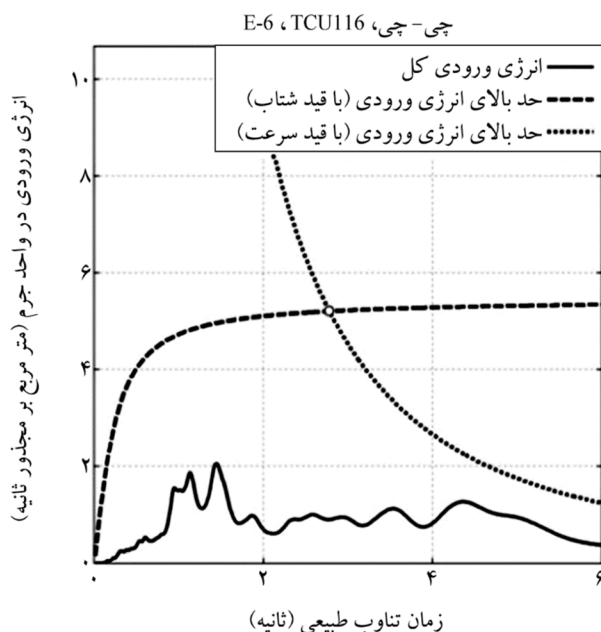
ردیف	زلزله	ایستگاه	مؤلفه	بیشینه شتاب (g)	بیشینه سرعت (سانتی‌متر بر ثانیه)	بیشینه جابه‌جایی (سانتی‌متر)
۱	چی-چی	TCU116	6-E	۰/۱۸	۴۸/۶۹	۴۹/۲۲
۲	نورت ریج	Pacoima Kagel Canyo	۳۶۰	۰/۴۵	۴۶/۴۰	۸/۹۹
۳	لوماپریتا	Emeryville - 6363 Christie	۲۶۰	۰/۲۷	۳۶/۹۴	۸/۴۶
۴	چی-چی	TCU120	0-E	۰/۲۲	۶۰/۲۷	۲۹/۸۳

هستند. این توابع در شکل (۱۰) نشان داده شده‌اند. مشاهده می‌شود که در مدل‌های ۱۴ و ۲۰ طبقه به علت قابل توجه بودن اثرات مدهای بالاتر تابع مستطیلی به صورت چندپاره تعیین شده است. البته باید توجه شود که ارتفاع مستطیل‌ها در این شکل به صورت شماتیک رسم شده است.

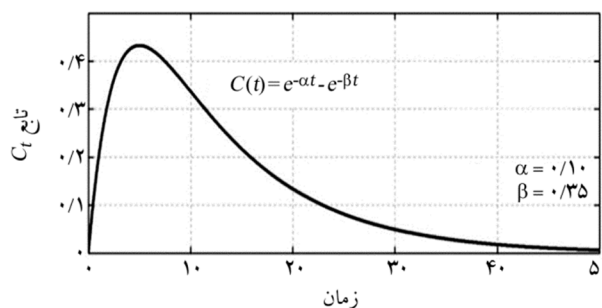


شکل (۹): تاریخچه زمانی تغییرات تابع هدف برای مدل‌های پایه-ثابت

به منظور نشان دادن کارایی روش تحریک بحرانی، از سه رکورد واقعی متناظر با سه مدل به‌عنوان تحریک‌های بحرانی فرضی استفاده می‌شود. این سه رکورد به نحوی انتخاب می‌شوند که در محدوده مجاز انرژی رکورد هدف، انرژی ورودی به مدل اصلی سه مدل در آنها بیشینه باشد. شکل (۱۱) انرژی ورودی کل رکوردهای انتخابی را نشان می‌دهد. این رکوردها صرفاً به‌عنوان مبنایی برای صحت‌سنجی تحریک‌های بحرانی ساخته شده به کار خواهند رفت. به این ترتیب که با استفاده از تحریک بحرانی یافته شده و رکورد واقعی متناظر تحلیل دینامیکی خطی انجام گرفته و کمیت‌های مورد علاقه، شامل جابه‌جایی حداکثر، دریافت حداکثر و بیشینه شتاب طبقات مورد بررسی قرار می‌گیرند. مشخصات این رکوردها در جدول (۱) ارائه شده است.

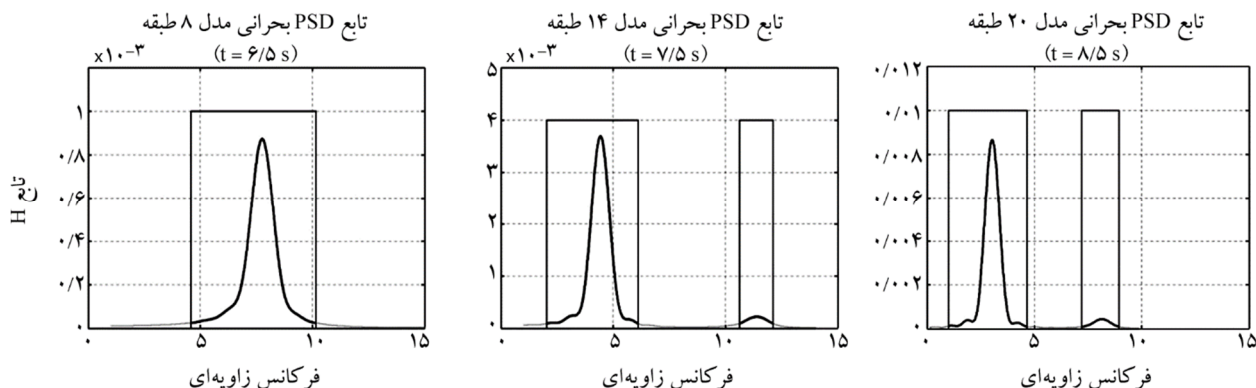


شکل (۷): انرژی ورودی کل در واحد جرم برای رکورد پایه



شکل (۸): انرژی ورودی کل واحد جرم زلزله برای رکورد پایه

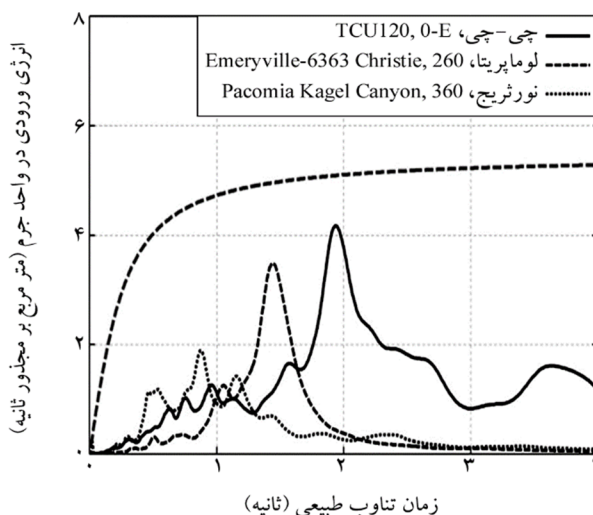
شکل (۹) تاریخچه زمانی تغییرات تابع هدف برای سه مدل را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود شکل این منحنی‌ها متأثر از شکل تابع پوش مورد استفاده است. برخلاف مسائل معمول تحریک بحرانی، مقدار عددی تابع هدف در اینجا مورد علاقه نیست و تنها توابع چگالی طیفی توان مستطیلی بحرانی متناظر با نقاط پیک این منحنی از اهمیت برخوردار



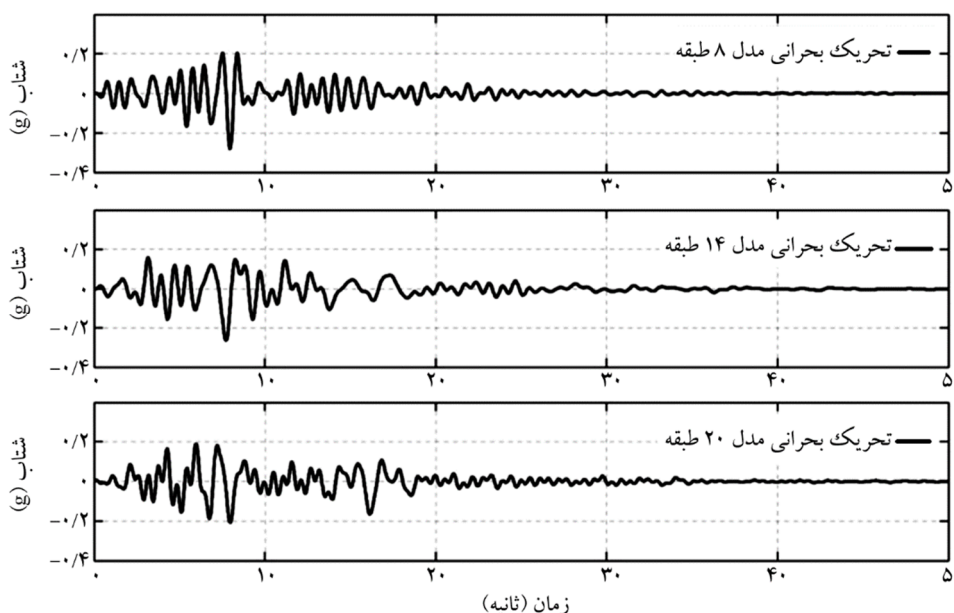
شکل (۱۰): تابع چگالی طیفی مستطیلی بحرانی برای مدل‌های پایه- ثابت

در حالت کلی، هریک از رکوردهای تولید شده بر مبنای توابع مستطیلی می‌توانند به‌عنوان تحریک بحرانی انتخاب شوند؛ اما به منظور ایجاد امکان مقایسه بین رکوردهای تولید شده و تحریک‌های بحرانی فرضی، رکوردهایی که در آنها انرژی ورودی به مد اصلی سازه بیشتر از مقدار متناظر در تحریک‌های بحرانی فرضی است، به‌عنوان تحریک‌های بحرانی انتخاب می‌شوند.

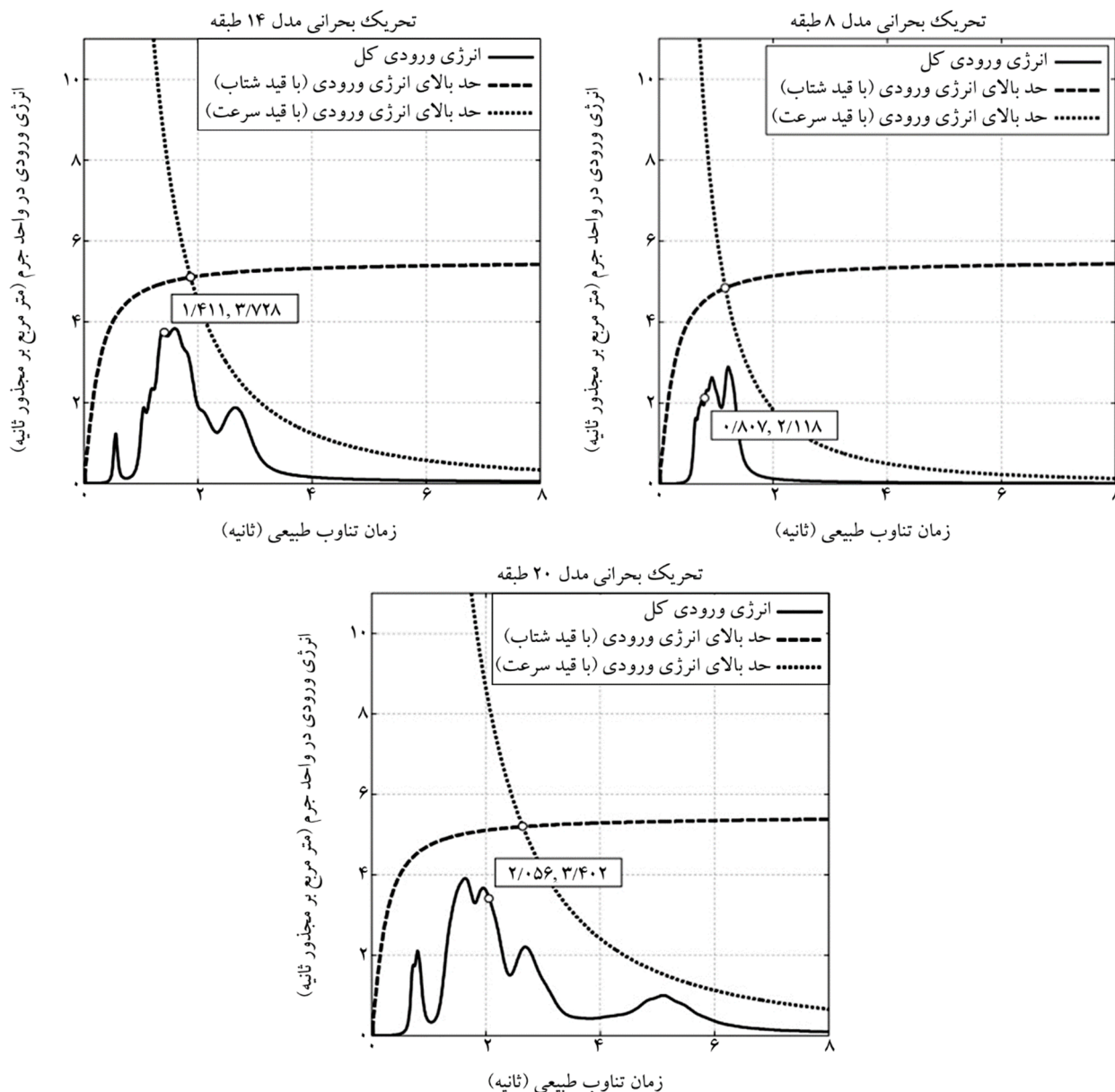
شکل (۱۲) تحریک‌های بحرانی تولید شده بر مبنای توابع چگالی طیفی مستطیلی را نشان می‌دهد. انرژی ورودی کل رکوردهای تولید شده در شکل (۱۳) نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود هر سه رکورد حد بالای انرژی حاصل از قید شتاب یکسان ولی محتوای انرژی متفاوتی دارند.



شکل (۱۱): انرژی ورودی کل در واحد جرم برای رکوردهای بحرانی فرضی متناظر با سه مدل



شکل (۱۲): تحریک‌های بحرانی تولید شده بر مبنای تابع چگالی طیفی مستطیلی

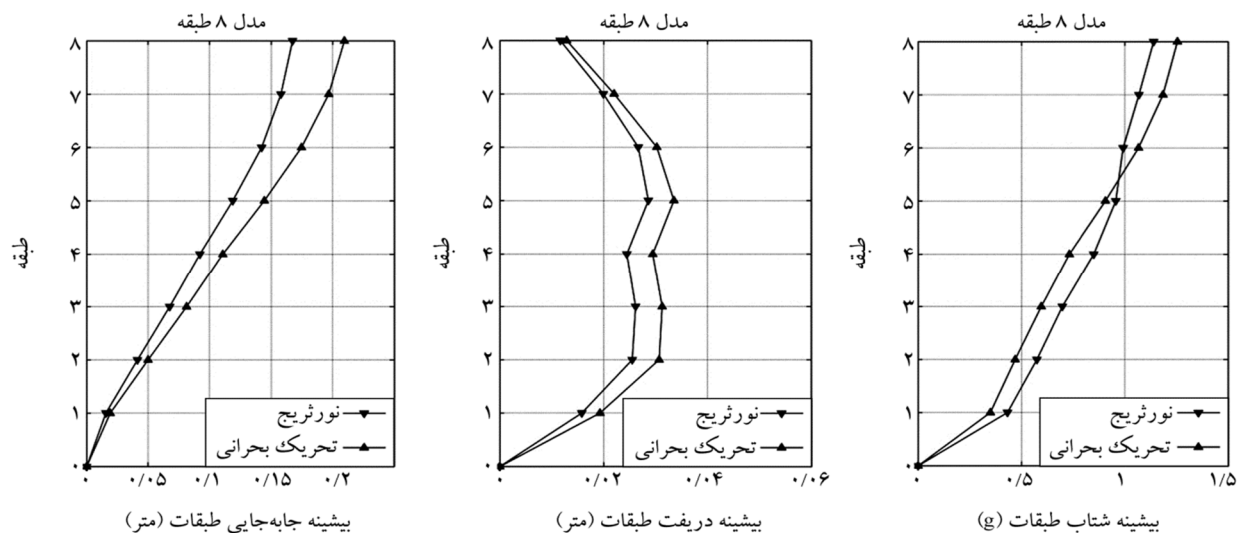


شکل (۱۳): انرژی ورودی کل در واحد جرم برای تحریک‌های بحرانی

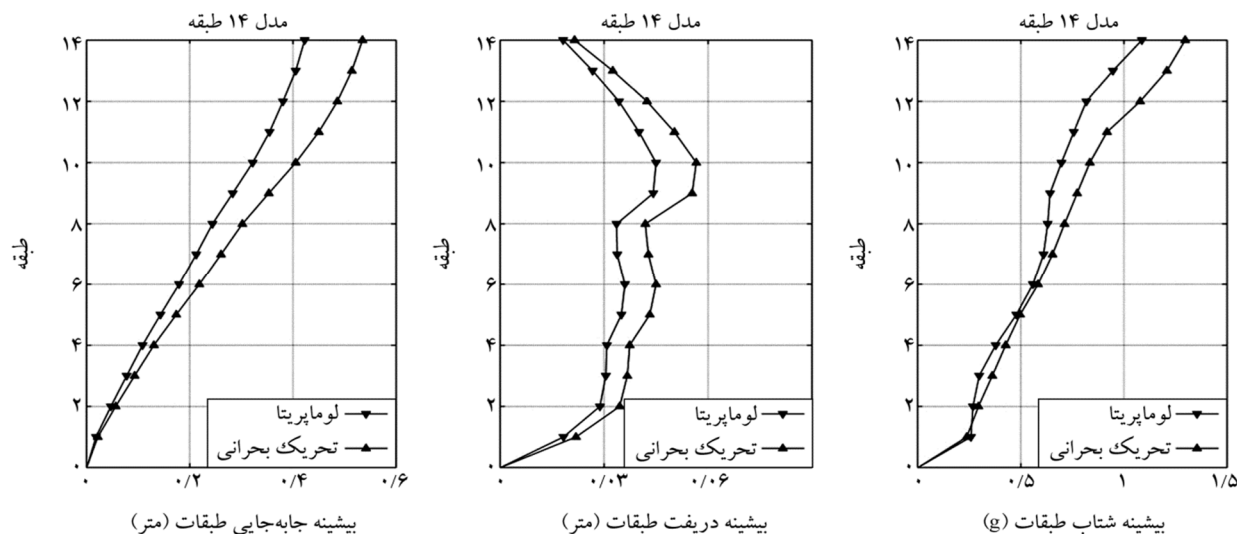
جابه‌جایی و دریفت طبقات در تمام موارد مشابه است؛ اما در مورد بیشینه شتاب مطلق طبقات اختلاف مشخصی وجود دارد. علت اختلاف این است که شتاب مطلق طبقات از جمع نمودن شتاب نسبی طبقات و شتاب پایه به دست می‌آید؛ در نتیجه کاملاً وابسته به تاریخچه زمانی شتاب پایه اعمالی به سازه است. این در حالی است که تحریک‌های تولید شده کاملاً با رکوردهای واقعی مورد استفاده مطابقت ندارند. با این وجود، برای مقاصد طراحی که اغلب مقدار بیشینه مورد نیاز است، از این اختلاف می‌توان صرف نظر کرد.

به علت اینکه توابع چگالی طیفی مستطیلی محدوده فرکانسی نسبتاً وسیعی دارند پیک منحنی انرژی تحریک ایجاد شده لزوماً در محل فرکانس طبیعی سازه واقع نشده است. همچنین، محل تلاقی حدود بالای انرژی نشان می‌دهد که تحریک بحرانی تعیین شده، برای مدل ۸ طبقه یک تحریک پرپود- کوتاه و برای مدل‌های ۱۴ و ۲۰ طبقه یک تحریک پرپود- بلند است.

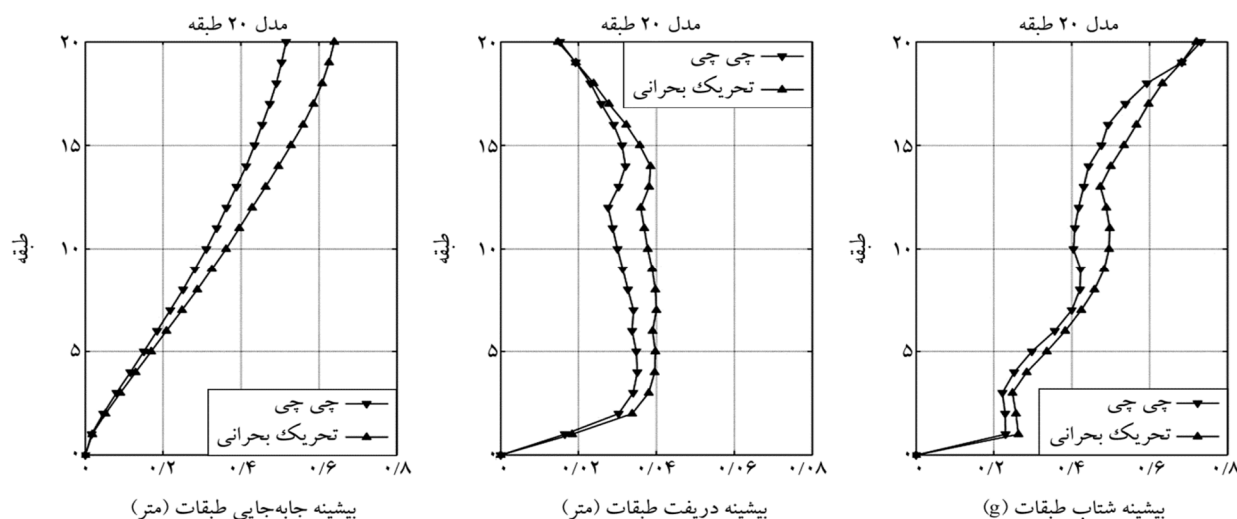
در شکل‌های (۱۴) تا (۱۶) بیشینه‌ی جابه‌جایی، دریفت و شتاب طبقات رکوردهای اصلی و تحریک بحرانی متناظر رسم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، الگوی تغییرات بیشینه



شکل (۱۴): بیشینه جابه‌جایی، دریف‌ت و شتاب طبقات برای تحرک بحرانی و رکورد متناظر در مدل ۸ طبقه



شکل (۱۵): بیشینه جابه‌جایی، دریف‌ت و شتاب طبقات برای تحرک بحرانی و رکورد متناظر در مدل ۱۴ طبقه



شکل (۱۶): بیشینه جابه‌جایی، دریف‌ت و شتاب طبقات برای تحرک بحرانی و رکورد متناظر در مدل ۲۰ طبقه

تخمین قابل قبولی از رفتار سازه، شامل بیشینه جابه‌جایی، دریافت و شتاب طبقات، به دست دهند.

مراجع

1. Drenick, R.F. (1970) Model-free design of aseismic structures. *Journal of Engineering Mechanics*, **96**(4), 483-493.
2. Shinozuka, M. (1970) Maximum structural response to seismic excitations. *Journal of Engineering Mechanics*, **96**(5), 729-738.
3. Srinivasan, M., Ellingwood, B., and Corotis, R. (1991) Critical base excitations of structural systems. *Journal of Engineering Mechanics*, **117**(6), 1403-1422.
4. Drenick, R.F. (1973) Aseismic design by way of critical excitation. *Journal of Engineering Mechanics*, **99**(4), 649-667.
5. Wang, P.C., Wang, W., Drenick, R., and Vellozzi, J. (1976) Critical excitation and response of free standing chimneys. *Proc. of the Int. Symposium on Earthquake Struct. Engrg, vol. I. Mo., St. Louis. Aug.*, 269-284.
6. Drenick, R.F., Wang, P.C., Yun, C.B., Philippopoulos, A.J. (1980) Critical seismic response of nuclear reactors. *J. Nuclear Eng. and Design*, **59**, 425-435.
7. Ahmadi, G. (1979) On the application of the critical excitation method to aseismic design. *J. Struct. Mech.*, **7**(1), 55-63.
8. Takewaki, I. (2001b) Nonstationary random critical excitation for acceleration response. *Journal of Engineering Mechanics*, **127**(6), 544-556.
9. Westermo, B.D. (1985) The critical excitation and response of simple dynamic systems. *J. Sound and Vibration*, **100**(2), 233-242.
10. Takewaki, I. (2004) Bound of earthquake input energy. *J. Struct. Eng.*, **130**(9), 1289-1297.
11. Takewaki, I. (2006) Probabilistic critical excitation method for earthquake energy input rate. *Journal of Engineering Mechanics*, **132**(9), 990-1000.

توجه به این نکته ضروری است که اختلاف مشاهده شده در شکل‌های (۱۴) تا (۱۶) بر اساس میزان بحرانی بودن تحریک‌ها می‌تواند تغییر کند. در اینجا صرفاً به منظور ایجاد امکان مقایسه، تحریک‌های مورد استفاده بر این اساس انتخاب شدند که انرژی ورودی به مد اصلی سازه در آنها اندکی بیشتر از مقدار متناظر در رکوردهای فرضی باشد، شکل (۱۳). در حالت کلی که تحریک‌های فرضی وجود ندارند، درصدی از حد بالای انرژی می‌تواند به‌عنوان معیار پذیرش در نظر گرفته شود.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله مسئله‌ی تحریک بحرانی برای تابع هدف جابه‌جایی در سیستم‌های چند درجه آزاد مورد بررسی قرار گرفت. بر اساس این مطالعه، حد بالای انرژی ورودی حاصل از قید شتاب می‌تواند یک معیار منطقی برای تخمین محدوده‌ی مجاز انرژی زلزله‌های مشابه احتمالی باشد. از آنجا که این حد تنها به دو مقدار سطح زیر منحنی چگالی طیفی حرکت زمین و حداکثر مقدار آن وابسته است، می‌توان این دو پارامتر را معرف یک دسته از حرکات زمین در نظر گرفت که رکورد موجود تنها یک نمونه از تحقق آنهاست. با کنترل این دو پارامتر می‌توان حد بالای انرژی را ثابت نموده و سپس با تغییر در دامنه و محتوای فرکانسی تحریک بحرانی لازم را به‌نحوی که بر حسب هدف طراحی سازگاری مناسبی با سازه داشته باشند، تعیین نمود. با در نظر گرفتن این حد به‌عنوان قید مسئله، روش تحریک بحرانی برای تولید شتاب نگاشت مصنوعی سازگار با سه مدل قاب برشی ۸، ۱۴ و ۲۰ طبقه به کار گرفته شد. به‌منظور نشان دادن کارایی روش، با استفاده از تحریک‌های بحرانی یافته شده و سه رکورد واقعی متناظر با سه مدل که به نحوی انتخاب شده‌اند که محتوای انرژی آنها در محدوده‌ی مجاز انرژی رکورد پایه در محل فرکانس مد اول سازه بیشینه باشد، تحلیل دینامیکی خطی انجام گرفته و کمیت‌های مورد علاقه، شامل جابه‌جایی حداکثر، دریافت حداکثر و بیشینه شتاب طبقات مورد مقایسه قرار گرفتند. نتایج نشان می‌دهد که رکوردهای مصنوعی ساخته شده می‌توانند

$S_g(\omega)$	چگالی طیفی توان تابع $\ddot{u}_g(t)$
$c(t)$	تابع پوش
$g(t)$	پاسخ ارتعاش آزاد ضربه واحد
n	تعداد درجات آزادی سیستم
h_j	میرایی مد j ام
ω_j	فرکانس زاویه‌ای نامیرای مد j ام
ω_{dj}	فرکانس زاویه‌ای میرای مد j ام
ϕ_j^n	j امین بردار ویژه
Γ_j	ضریب مشارکت مد j ام
$H_e(t)$	تابع پله‌ای یگه (Heaviside Step)

- Takewaki, I. (2004) Critical envelope functions for non-stationary random earthquake input. *Computers & Structures*, **82**(20-21), 1671-1683.
- Iyengar, R.N. (1972) Worst inputs and a bound on the highest peak statistics of a class of non-linear systems. *J. Sound and Vibration*, **25**(1), 29-37.
- Drenick, R.F. (1977) The critical excitation of nonlinear systems. *J. Appl. Mech.*, **44**(2), 333-336.
- Philippacopoulos, A. and Wang, P. (1984) Seismic inputs for nonlinear structures. *Journal of Engineering Mechanics*, **110**(5), 828-836.
- Takewaki, I. (2002) Critical excitation for elastic-plastic structures via statistical equivalent linearization. *Probabilistic Engineering Mechanics*, **17**(1), 73-84.
- Iyengar, R.N. and Manohar, C.S. (1985) System dependent critical stochastic seismic excitations. In: M15/6, *Proc. of the 8th Int. Conf. on SMIRT*. Belgium, Brussels.
- Iyengar, R. and Manohar, C. (1987) Nonstationary random critical seismic excitations. *Journal of Engineering Mechanics*, **113**(4), 529-541.
- Srinivasan, M., Corotis, R., and Ellingwood, B. (1992) Generation of critical stochastic earthquakes. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **21**(4), 275-288.
- Manohar, C.S. and Sarkar, A. (1995) Critical earthquake input power spectral density function models for engineering structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **24**(12), 1549-1566.
- Takewaki, I. (2001) A new method for non-stationary random critical excitation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **30**(4), 519-535.

فهرست توابع و متغیرها

$\ddot{u}_g(t)$	شتاب غیر ایستای ورودی
$w(t)$	فرآیند تصادفی ایستا با میانگین صفر
$S_w(\omega)$	چگالی طیفی توان تابع $w(t)$

Determining Critical Excitation of MDOF Systems for Displacement Objective Function and Energy Constraint

Arsalan Bazrafshan¹ and Naser Khaji^{2*}

1. M.Sc. Graduate, Earthquake Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
2. Professor of Earthquake Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran,
*Corresponding Author, e-mail: nkhaji@modares.ac.ir

Considering the increasing use of dynamic analysis methods in structural design, the selection of appropriate design earthquake has been an important part of the design procedure. For intermediate and low importance structures, the design earthquake is typically provided by the seismic codes as a design spectrum. However, for important structures for which time-history analysis should be performed, the use of recorded ground motions as input is inevitable. On the other hand, the existing ground motions only show a small part of the reality. Experiences of past earthquakes indicate that sole reliance on existing data will never resolve all issues, and new damage problems have occurred recently. In order to overcome this problem, a new paradigm has to be used. The concept of “critical excitation” and the structural design based on this concept can become one of such new paradigms.

In the present paper, the probabilistic critical excitation method is used to determine the critical excitations for three shear building models, which are modeled as MDF system. Selection of appropriate constraints is the main problem when using this method. It is shown that the upper bound of earthquake input energy per unit mass can be considered as suitable constraint for the critical excitation. This bound can be a reasonable benchmark to estimate the allowable range of possible energy in similar earthquake. Considering this bound as constraint, the method is used to determine the critical PSD functions and generating synthetic accelerograms. In order to demonstrate the effectiveness of the method, three real accelerograms are selected as benchmarks and linear dynamic analysis was conducted using these accelerograms and the generated critical excitations, and the key parameters of response including maximum displacement, drift and acceleration of stories are compared.

Input base acceleration is defined as the product of an envelope function and a stationary Gaussian process with zero mean. Considering the sum of the mean-square interstory drift of the system as the objective function, the critical excitation problem is defined as follows:

Given the mass, stiffness and the viscous damping matrix of a linear elastic MDOF system, as well as the envelope function, find the critical PSDF, so that the objective function is maximized under specific constraints.

In order to solve this problem, first the constraints have to be selected. According to the concept of the constraints, there is no straight way to recommend a specific value of them. Thus that is very difficult to estimate that what value of one constraint is sufficient to make the final nonstationary input critical. Nevertheless, at least a reasonable assumption can be made for the ratio of constraints. Therefore, the method can be used to locate the rectangular function.

Takewaki [1] by setting constraints on the acceleration and velocity time history of the ground motion determined an upper bound of total input energy per unit mass of a record for a damped linear elastic system. This bound is well defined by two curves that perfectly bound the actual input energy curve in the range of short and long periods. Investigations on the time-history of various ground motions indicate that even for the same level of energy bound for acceleration constraint, the maximum amount of actual energy is not constant. Moreover, this maximum value may occur in different periods. The upper bound of the total input energy for acceleration constraint can be



used to estimate the possible range of energy in similar ground motions. This bound is only related to the area of the PSDF of excitation and the maximum value of it. These two parameters can define a class of ground motions that existing record is just one realization of them. As a result it is desirable to fix the upper bound of input energy and let the excitation to change in amplitude and frequency content in such a way that the objective function is maximized. By this mean, using a sample of ground motion, a synthetic accelerogram can be generated with the same upper bound but different energy content.

In order to examine the effect of the critical excitations on the structures, a numerical simulation was carried out using the three typical shear building of 8, 14 and 20 stories. These buildings were designed as steel moment frames, using the ETABS commercial software, and then the mass and stiffness of stories were determined and the corresponding MDOF models were used for linear dynamic analysis.

This study shows that the upper bound of the total input energy for acceleration constraint can be a reasonable benchmark to estimate the possible range of energy in similar earthquakes. This bound is only related to the area of the PSDF of excitation and the maximum value of it. By controlling these two parameters, the upper bound of input energy can be fixed and then by changing the amplitude and frequency content using the critical excitation method required accelerograms are determine so that the objective function is maximized. Comparison of linear dynamic analysis of three designed models under critical excitations and the corresponding actual records, which have been selected in such a way that the energy content of the record is the maximum in the natural frequency of the fundamental mode of structures, shows that the synthetic accelerograms can reasonably estimate the behavior of structures, including the maximum displacement, interstory drift and absolute acceleration of stories.

Keywords: Critical Excitation; Nonstationary Random Process; Total Input Energy per Unit Mass; Synthetic Accelerograms

References

1. Takewaki, I. (2004) Bound of earthquake input energy. *J. Struct. Eng.*, **130**(9), 1289-1297.