

چکیده

در سال‌های اخیر، توسعه روش‌های عددی برای تحلیل لرزه‌ای سازه‌ها به‌عنوان یک موضوع تحقیقاتی مهم شناخته شده است. هدف از انجام این تحقیق، توسعه روش نیمه‌تحلیلی اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا برای در نظر گرفتن اثرات اندرکنش خاک و سازه است. در این تحقیق، روند حل مسائل اندرکنش دینامیکی خاک و سازه با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا برای اولین بار، توسعه یافته است. برای غیر درگیر کردن معادلات حاکم بر مسائل اندرکنش، یک فرض اولیه ترکش بر روی مرز اندرکنش اعمال شده است. برای حل این مسائل لازم است که از دو نقطه مرجع جداگانه برای گسسته‌سازی محیط خاک و محیط سازه استفاده شود. بدین صورت که ابتدا محیط خاک با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا مورد تحلیل قرار گرفته، سپس از نتایج به‌دست آمده، برای تحلیل محیط سازه به کمک روش حاضر، استفاده شده است. در نهایت، به‌منظور بررسی صحت نتایج به‌دست آمده از روش حاضر، به حل چندین مثال عددی، با مقادیر متفاوت مدول الاستیسیته برای محیط خاک پرداخته شده است که نتایج به‌دست آمده در مقایسه با نتایج حاصل از روش اجزای محدود، حاکی از دقت و انعطاف‌پذیری بالای روش حاضر برای در نظر گرفتن اثرات اندرکنش خاک و سازه است. علاوه بر این، تعداد المان‌های مورد استفاده در روش حاضر به مراتب کمتر از تعداد المان‌های به کار رفته در روش اجزای محدود است که این امر منجر به کاهش هزینه‌های محاسباتی خواهد شد.

واژگان کلیدی: روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا، اندرکنش خاک و سازه، تحلیل دینامیکی، حوزه فرکانس.

تحلیل دینامیکی اندرکنش خاک و سازه با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا

امین غضنفری تهران (نویسنده مسئول)

دانشجوی دکتری مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران، ایران،
a.ghazanfaritehran@email.kntu.ac.ir

ناصر خاجی

استاد مهندسی زلزله، دانشکده مهندسی عمران و محیط‌زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

مهدی یزدانی

استادیار مهندسی سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه اراک، اراک، ایران

۱- مقدمه

رفتار و تحلیل سازه‌ها می‌شود. بنابراین، استفاده از روش‌های تحلیلی^۱ برای تحلیل لرزه‌ای سازه‌ها، امری غیرممکن بوده و محققین برای تحلیل این نوع سازه‌ها از روش‌های عددی^۲ استفاده می‌نمایند. از آنجایی که بسیاری از روش‌های عددی دارای فرمول‌بندی پیچیده و زمان محاسباتی بالایی هستند، توسعه روش‌های عددی به‌منظور افزایش کارایی، دقت و کاهش حجم محاسبات روش‌های عددی موجود، به یک موضوع تحقیقاتی مهم در بین محققین تبدیل شده است؛ به‌گونه‌ای که در سال‌های اخیر، با گسترش رایانه‌های قدرتمند که قادر به انجام محاسبات بسیار، در مدت زمان بسیار اندکی هستند، روش‌های حل مسائل اندرکنش

حل معادلات حاکم بر مسائل گوناگون مهندسی، یکی از مهم‌ترین موضوعاتی است که در طول تاریخ مورد توجه محققین قرار گرفته است. به‌عنوان یکی از این مسائل می‌توان به مسئله اندرکنش دینامیکی خاک و سازه اشاره نمود. اندرکنش دینامیکی خاک و سازه، یک موضوع تحقیقاتی بین‌رشته‌ای است که شامل مواردی همچون دینامیک سازه‌ها، دینامیک خاک، مهندسی زلزله، زمین‌شناسی، روش‌های عددی و بسیاری از زمینه‌های تحقیقاتی مرتبط دیگر است. عوامل متعددی در حل این مسئله می‌تواند اثرگذار باشد که از میان آنها، عامل انعطاف‌پذیری خاک زیر سازه بسیار پراهمیت است. در نظر گرفتن این امر منجر به پیچیدگی در

کاربردی‌ترین روش‌های ارائه شده برای حل مسائل اندرکنش خاک و سازه، می‌توان به روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده^۵ اشاره نمود. این روش، یک روش بسیار جدید برای حل مسائل الاستودینامیک و اندرکنش خاک و سازه است که در واقع از مزایای روش اجزای محدود و روش اجزای مرزی به‌طور هم‌زمان بهره می‌برد؛ به این ترتیب که ابتدا با تکیه بر روش اجزای مرزی، یک بعد از فضا کاهش یافته و سپس، با استفاده از روش اجزای محدود، معادلات در فضای جدید حل می‌شود. با استفاده از این روش، از یک طرف فضای حل مسئله یک بعد کاهش داده می‌شود که باعث افزایش سرعت محاسبات می‌گردد و از طرف دیگر، نیازی به حل تحلیلی مسئله و به دست آوردن حل اساسی برای مسئله ندارد. در عین حال، به‌منظور مدل‌سازی هندسه و فیزیک مسئله در این روش، از توابع شکل کلاسیک روش اجزای محدود استفاده می‌شود که می‌تواند برخی از مشکلات روش اجزای محدود را به دنبال خود وارد این روش نماید [۶]. اما، معادله حاکم بر مسائل در این روش، دستگاه معادلات دیفرانسیلی را تشکیل می‌دهد که دارای ماتریس ضرایب پر هستند و به‌منظور حصول پاسخ‌ها در این روش، باید این دستگاه معادلات دیفرانسیل درگیر حل شود که تا حدودی باعث افزایش زمان محاسبات می‌شود. خداکرمی [۷] در سال ۲۰۱۱ با اعمال تغییرات منحصربه‌فردی در روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده، منجر به قطری شدن ماتریس ضرایب و مجزا شدن دستگاه معادلات درگیر شد. خداکرمی و خاجی [۸] از این روش عددی جدید که با عنوان روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا^۶ نام‌گذاری گردید، برای حل مسائل انتشار امواج در محیط نیمه‌بی‌نهایت در حوزه زمان^۷ استفاده نمودند و مسائل مربوط به لرزه‌شناسی را مورد بررسی قرار دادند. لازم به ذکر است که این روش تا کنون، در حل مسائل مختلفی از جمله حل مسائل پتانسیل [۹]، حل مسائل الاستواستاتیک [۱۰-۱۱]، حل مسائل الاستودینامیک [۱۲-۱۳]، تعیین شرایط مرزی بدون بازتاب برای تحلیل محیط‌های نامحدود [۱۴] و حل مسائل مکانیک شکست [۱۵-۱۷] مورد استفاده قرار گرفته است.

خاک و سازه نیز توسعه بسیاری یافته است. بدین ترتیب، با توجه به انجام سریع محاسبات پیچیده به کمک رایانه‌ها، لازم دیده شد که از روش‌های انعطاف‌پذیرتری برای حل چنین مسائلی استفاده شود. با توجه به اهمیت سدها، در بررسی مسئله اندرکنش خاک و سازه، بیشتر مطالعات گذشته مربوط به این سازه‌ها بوده است که از میان آنها می‌توان به تحقیقات چوپرا و گوپتا [۱] اشاره کرد. آنها پاسخ سیستم اندرکنش سد و فونداسیون نیمه‌بی‌نهایت را با استفاده از روش اجزای محدود، تحت شتاب هارمونیک واحد اعمال شده در دو راستای افقی و قائم در حوزه فرکانس^۳ بررسی نمودند. در این بررسی، تحریک لرزه‌ای به‌صورت میدان آزاد اعمال شد و رفتار مصالح سد و فونداسیون به‌صورت خطی و تنش صفحه‌ای^۴ در نظر گرفته شد. لطفی و همکاران [۲] با انجام مطالعه پارامتری روی مدل اندرکنشی چوپرا به این نتیجه رسیدند که اگر عمق فونداسیون به‌صورت محدود و چهار برابر ارتفاع سد در نظر گرفته شود، نتایج تحلیل دارای دقت مناسبی خواهد بود. مدینا و دومینگز [۳] و دومینگز و مدینا [۴]، برای بررسی رفتار لرزه‌ای سد وزنی از روش اجزای مرزی در حوزه فرکانس استفاده نمودند. آنها در تحقیق خود، رفتار سد و فونداسیون را به‌صورت خطی در نظر گرفته و از موج‌های SV و P به‌عنوان تحریک پایه استفاده نمودند. علاوه بر موارد ذکر شده، در تحلیل اندرکنش سد و فونداسیون از روش‌های ترکیبی نیز استفاده شده است. یزدچی و همکاران [۵] با استفاده از روش ترکیب اجزای محدود-اجزای مرزی، تحلیل دینامیکی اندرکنش سد و فونداسیون را انجام داده و به بررسی پاسخ گذرای سازه‌ای پرداختند که روی محیط نیمه‌بی‌نهایت خاک قرار گرفته بود. آنها در مطالعه خود از روش اجزای محدود برای مدل‌سازی سازه و از روش اجزای مرزی برای مدل‌سازی خاک نیمه‌بی‌نهایت استفاده نموده و پاسخ اندرکنش سد و فونداسیون را برای سختی‌های مختلف فونداسیون به دست آورده‌اند. در سال‌های اخیر، محققین بسیاری به‌منظور کاهش هزینه‌های محاسباتی و در عین حال، دستیابی به نتایج با دقت مناسب، به استفاده از روش‌های عددی جدید پرداخته‌اند. به‌عنوان یکی از

خاصی نتوان تمام مرزها را با انتخاب یک نقطه مرجع رؤیت نمود، باید حوزه مسئله به چند زیرحوزه تقسیم شده و برای هر زیرحوزه یک نقطه مرجع انتخاب نمود و شرایط هم‌سازی^{۱۴} و تعادل^{۱۵} در گره‌های مرزی مشترک در زیرحوزه‌های مجاور ارضا شوند؛

۲. نقطه مرجع در مسائل محدود بر روی مرز انتخاب می‌شود؛
 ۳. انتخاب محل نقطه مرجع مختصات محلی، بر روی تعداد درجات آزادی مورد استفاده به‌منظور حل مسئله بسیار اثرگذار است. بنابراین، باید محل LCO طوری انتخاب شود که مسئله با کمترین تعداد درجات آزادی حل گردد.

نحوه گسسته‌سازی در روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا بدین صورت است که فقط مرزهای مسئله با استفاده از المان‌هایی با یک بعد کمتر از بعد فضای مسئله گسسته‌سازی می‌شود. در شکل (۱-الف) نحوه مدل‌سازی هندسه مسائل دو بعدی نشان داده شده است. با توجه به انتخاب محورهای محلی، مرزهای مسئله به دو دسته تقسیم می‌شوند: دسته اول، مرزهایی که امتداد آنها از نقطه مرجع محلی (LCO) می‌گذرد و دسته دوم، مرزهایی که امتداد آنها از این نقطه نمی‌گذرد. در این روش، فقط باید مرزهای غیرگذرنده از نقطه مرجع را گسسته‌سازی نمود. برای نمایش مختصات هر نقطه درون حوزه مسئله در مختصات کلی از (x, y) و هر نقطه روی مرز مسئله نیز از (x, y) استفاده می‌شود. همان‌طور که در شکل (۱-ب) نشان داده شده است، در دستگاه مختصات محلی از دو محور با نام‌های ξ و η استفاده می‌شود؛ محور ξ معرف محور شعاعی است که از LCO شروع می‌شود و محور η نیز معرف محور مماسی است که فقط بر روی مرزها تعریف می‌شود.

محدوده تغییرات محور مماسی بین -1 تا $+1$ است، اما تغییرات محور شعاعی برای مسائل محدود بین صفر (در LCO) و یک (روی مرز) و برای مسائل نامحدود بین یک تا بی‌نهایت در نظر گرفته می‌شود. یکی از ویژگی‌های روش نیمه‌تحلیلی جدید، استفاده از المان‌های غیرایزوپارامتریک به‌منظور مدل‌سازی است که در آن، توابع شکل و توابع نگاشت متفاوت از هم تعریف می‌شوند.

در این تحقیق، برای اولین بار مسئله اندرکنش خاک و سازه با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا مورد بررسی قرار گرفته و نحوه حل این مسئله تحت بار دینامیکی در حوزه فرکانس ارائه شده است. برای غیر درگیر کردن معادلات حاکم بر مسائل اندرکنش، یک فرض اولیه ترکشن بر روی مرز اندرکنش اعمال شده است. برای حل این مسائل لازم دیده شده است که از دو نقطه مرجع جداگانه برای گسسته‌سازی محیط خاک و محیط سازه استفاده شود. بدین صورت که ابتدا محیط خاک با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا مورد تحلیل قرار گرفته، سپس از نتایج به‌دست آمده، برای تحلیل محیط سازه به کمک روش حاضر، استفاده شده است. در نهایت، صحت و دقت نتایج به‌دست آمده با ارائه‌ی چند مثال عددی با روش اجزای محدود مقایسه شده است.

۲- مبانی روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا

همان‌گونه که از نام روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا مشخص است، ماتریس ضرایب در این روش با استفاده از چهار ابزار کلیدی به‌صورت قطری در خواهد آمد و دستگاه معادلات حاکم به‌صورت جدا از هم نوشته خواهد شد. دستیابی به این هدف با به‌کارگیری المان‌های غیرایزوپارامتریک^۸ که دارای توابع شکل^۹ و نگاشت^{۱۰} خاص بوده، به همراه روش انتگرال‌گیری عددی کلنشا- کورتیس^{۱۱} و همچنین، استفاده از روش باقی‌مانده‌های وزن‌دار^{۱۲} به‌منظور تولید فرم انتگرالی معادله حاکم بر مسائل، مهیا شده است. به‌منظور مدل‌سازی هندسه و فیزیک مسئله در این روش، ابتدا یک نقطه به‌عنوان مرجع مختصات محلی (LCO)^{۱۳} انتخاب شده و تمام خصوصیات هندسی و فیزیکی مسئله نسبت به این نقطه ارزیابی می‌شود. لازم است در تعیین محل این نقطه در مسائل مختلف، ضوابط خاصی منظور شود. بدین صورت که:

۱. این نقطه مرجع باید در محلی انتخاب شود که تمام مرزهای مسئله از آن مکان قابل رؤیت باشد؛ بنابراین، اگر در مسئله

گرهی خواهند بود. مختصات هر نقطه از مسئله با استفاده از این توابع به صورت روابط (۲) و (۳) تعریف می‌شود:

$$\hat{x}(\xi, \eta) = \xi x(\eta) = \xi \sum_{i=1}^{n_\eta+1} \varphi_i(\eta) x_i \quad (2)$$

$$\hat{y}(\xi, \eta) = \xi y(\eta) = \xi \sum_{i=1}^{n_\eta+1} \varphi_i(\eta) y_i \quad (3)$$

با اعمال $\xi = 1$ در این روابط، مختصات هر نقطه روی مرز مسئله به دست می‌آید:

$$x(\eta) = \varphi(\eta)x \quad (4)$$

$$y(\eta) = \varphi(\eta)y \quad (5)$$

رابطه بین جزء سطح المان در مختصات کلی $(d\hat{x}d\hat{y})$ و مختصات محلی $(d\xi d\eta)$ به صورت زیر است:

$$d\Omega = d\hat{x}d\hat{y} = |\mathbf{J}(\xi, \eta)| d\xi d\eta = \xi |\mathbf{J}(\eta)| d\xi d\eta \quad (6)$$

و در آن $\mathbf{J}(\eta)$ ماتریس ژاکوبین^{۱۷} انتقال بر روی مرزها است:

$$\mathbf{J}(\eta) = \begin{bmatrix} x(\eta) & y(\eta) \\ x_{,\eta}(\eta) & y_{,\eta}(\eta) \end{bmatrix} \quad (7)$$

همچنین، رابطه بین مشتق‌ها در دو دستگاه مختصات کلی و محلی به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \partial/\partial\hat{x} & 0 & \partial/\partial\hat{y} \\ 0 & \partial/\partial\hat{y} & \partial/\partial\hat{x} \end{bmatrix}^{-T} = \{\mathbf{b}^1(\eta)\} \frac{\partial}{\partial\xi} + \frac{1}{\xi} \{\mathbf{b}^2(\eta)\} \frac{\partial}{\partial\eta} \quad (8)$$

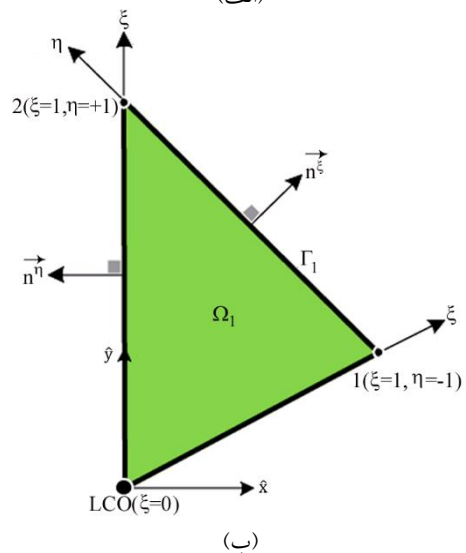
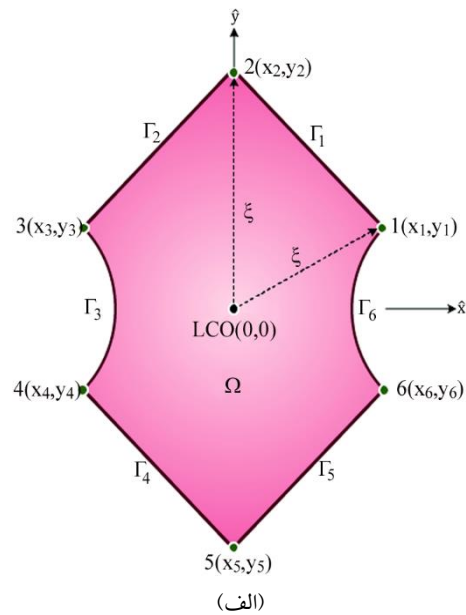
که در این رابطه:

$$\mathbf{b}^1(\eta) = \frac{1}{|\mathbf{J}|} \begin{bmatrix} y_{,\eta}(\eta) & 0 \\ 0 & -x_{,\eta}(\eta) \\ -x_{,\eta}(\eta) & y_{,\eta}(\eta) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{b}^2(\eta) = \frac{1}{|\mathbf{J}|} \begin{bmatrix} -y(\eta) & 0 \\ 0 & x(\eta) \\ x(\eta) & -y(\eta) \end{bmatrix} \quad (10)$$

با استفاده از روابط (۲) و (۳) می‌توان بردار نرمال عمود بر سطح برای دو امتداد ξ و η را به صورت روابط (۱۱) و (۱۲) در نظر گرفت:

$$\mathbf{n}^\xi(\eta) = \frac{1}{\left\{ \begin{bmatrix} y_{,\eta}(\eta) \\ -x_{,\eta}(\eta) \end{bmatrix} \right\}} \begin{bmatrix} y_{,\eta}(\eta) & 0 \\ 0 & -x_{,\eta}(\eta) \\ -x_{,\eta}(\eta) & y_{,\eta}(\eta) \end{bmatrix} \quad (11)$$



شکل (۱): (الف) مدل‌سازی هندسه مسائل دو بعدی؛ (ب) تبدیل محورهای مختصات کلی به مختصات محلی.

برای انتقال هندسه از مختصات کلی به مختصات محلی، از توابع نگاشت که از نوع چندجمله‌ای‌های مرتبه بالای چیشیف هستند، به شکل زیر استفاده می‌شود:

$$\varphi_i(\eta) = \frac{2}{n_\eta} \sum_{n=0}^{n_\eta} \frac{1}{c_{i-1} c_n} T_n(\eta_{i-1}) T_n(\eta) \quad (1)$$

که در آن، $T_n(\eta)$ چندجمله‌ای چیشیف نوع اول^{۱۶} از مرتبه n است. همچنین، برای مقادیر $0 < n < n_\eta$ ، مقدار $c_n = 1$ و برای $n = 0$ و $n = n_\eta$ ، مقدار $c_n = 2$ است؛ بنابراین، توابع نگاشت پیشنهادی دارای خاصیت دلتای کرونیگر در هر یک از نقاط

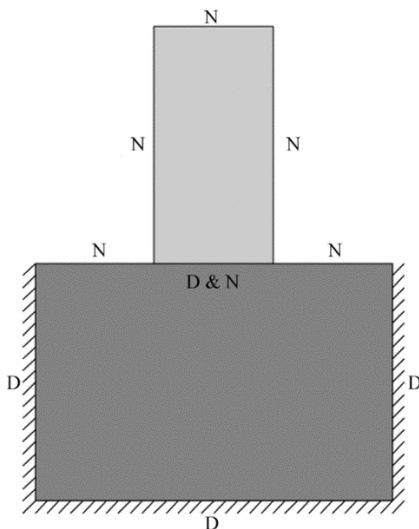
$$\sigma_{ij,j}(t) = \hat{\sigma}_{ij,j}(\omega) \exp(j\omega t) \quad (17)$$

$$f_i(t) = \hat{f}_i(\omega) \exp(j\omega t) \quad (18)$$

که در آن $z = \sqrt{-1}$ است. بنابراین، معادله حاکم بر مسائل الاستودینامیک در حوزه فرکانس به صورت زیر بازنویسی خواهد شد:

$$\hat{\sigma}_{ij,j} + \hat{f}_i + \rho \omega^2 \hat{u}_i = 0 \quad (19)$$

برای حل مسئله اندرکنش دینامیکی خاک و سازه، باید شرایط مرزی حاکم بر مسئله ارضا شوند. شرایط مرزی حاکم بر هر یک از محیط‌ها (خاک و سازه) مطابق شکل (۲) به دو قسمت تقسیم می‌شوند: (۱) شرایط مرزی خارج از مرز اندرکنش: که این شرط برای محیط سازه به صورت ترکشن (شرط مرزی نیومن^{۱۹}) و برای محیط خاک به صورت مجموع شرایط ترکشن (شرط مرزی نیومن^{۲۰}) و جابه‌جایی صفر (شرط مرزی دیریکله^{۲۰}) در نظر گرفته می‌شود؛ (۲) شرایط مرزی روی مرز اندرکنش: که برای ارضای آن، باید تعادل و سازگاری تغییر شکل‌ها به صورت هم‌زمان در مرز اندرکنش برقرار باشد. لازم به ذکر است که برای در نظر گرفتن شرایط مرزی مرزهای دور خاک، از تحلیل حساسیت استفاده شد. بدین صورت که در این تحلیل، ابعاد تا اندازه‌ای بزرگ در نظر گرفته شده است که جابه‌جایی در مرزها صفر گردد.



شکل (۲): انواع شرایط مرزی موجود بر مرزهای مسئله.

$$\mathbf{n}^n(\eta) = \frac{1}{\begin{vmatrix} -y(\eta) & 0 \\ -y(\eta) & x(\eta) \\ x(\eta) & -y(\eta) \end{vmatrix}} \begin{bmatrix} -y(\eta) & 0 \\ x(\eta) & -y(\eta) \end{bmatrix} \quad (12)$$

برای مدل‌سازی فیزیک مسئله از توابع شکل با ویژگی‌های خاصی استفاده می‌شود که در حالت کلی با $[N]$ نشان داده شده است و یکی از عوامل مهم در قطری‌سازی ماتریس‌های ضرایب است. درون‌یابی خواص فیزیکی مسئله بر روی مرزها با استفاده از این توابع شکل انجام می‌شود که دارای دو ویژگی مهم هستند؛ اول اینکه این توابع دارای خاصیت دلتای کرونیگر^{۱۸} در نقاط گرهی المان‌ها هستند و دیگر اینکه مشتق اول آنها نسبت به محورهای محلی مماسی (η) در تمام گره‌ها برابر صفر است. توابع شکل پیشنهادی در این روش برای یک المان ($n_\eta + 1$) گرهی، یک چندجمله‌ای از مرتبه $(2n_\eta + 1)$ (مشابه رابطه ۱۳) است که دارای $2n_\eta$ پارامتر مجهول بوده و این پارامترها با استفاده از ویژگی‌های بیان شده، تعیین می‌شوند.

$$N_i(\eta) = \sum_{m=0}^{2n_\eta+1} a_m \eta^m \quad (13)$$

۳- معادله حاکم و شرایط مرزی

همان‌گونه که در بخش‌های قبلی اشاره شد، مسئله مورد بررسی در این تحقیق، مسئله اندرکنش دینامیکی خاک و سازه، در محدوده الاستیک مصالح (مسئله الاستودینامیک) است. معادله حاکم بر این مسائل، معادله تعادل دینامیکی خواهد بود که در مختصات کارترین و در حوزه زمان به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma_{ij,j} + f_i - \rho \ddot{u}_i = 0 \quad (14)$$

که در این رابطه $\sigma_{ij,j}$ بیان‌گر اجزای تانسور تنش دو بعدی، ρ معرف چگالی و f_i نیز مؤلفه‌های نیروهای حجمی اعمال شده بر فضای مسئله هستند. با استفاده از تبدیل‌های بیان شده در روابط (۱۵) تا (۱۸) می‌توان معادله حاکم را از حوزه زمان به حوزه فرکانس انتقال داده و در حوزه فرکانس به حل مسئله پرداخت:

$$u_i(t) = \hat{u}_i(\omega) \exp(j\omega t) \quad (15)$$

$$\ddot{u}_i(t) = -\omega^2 \hat{u}_i(\omega) \exp(j\omega t) \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
 & \xi \begin{bmatrix} D_{11}^0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_{22}^0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & D_{mm}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_n \end{Bmatrix}_{,\xi\xi} + \\
 & \begin{bmatrix} D_{11}^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_{22}^1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & D_{mm}^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_n \end{Bmatrix}_{,\xi} + \\
 & \omega^2 \xi \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & M_{mm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_n \end{Bmatrix} + \\
 & \xi \begin{bmatrix} \hat{F}_1^b \\ \hat{F}_2^b \\ \vdots \\ \hat{F}_n^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (30)$$

که در روابط فوق، δ_{ij} نشان‌دهنده‌ی دلتای کرونیگر است. همان‌گونه که دیده می‌شود، معادله حاکم بر هر درجه آزادی در امتداد محور شعاعی که یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم از نوع بسل غیرهمگن^{۲۱} است، به صورت مجزا از سایر درجات آزادی تعیین خواهد شد. پاسخ این معادله دیفرانسیل برای هر درجه آزادی به صورت زیر به دست می‌آید [۱۳]:

$$\hat{u}_i = A_i \xi^{\left(\frac{1-a_i}{2}\right)} J_{\left(\frac{a_i-1}{2}\right)}(\lambda_i \xi) + \quad (31)$$

$$B_i \xi^{\left(\frac{1-a_i}{2}\right)} Y_{\left(\frac{a_i-1}{2}\right)}(\lambda_i \xi) - \frac{1}{\omega^2 M_{ii}} \hat{F}_i^b$$

که در آن، A و B ضرایب ثابتی هستند که با اعمال صحیح شرایط مرزی برای هر درجه آزادی در راستای محور شعاعی به دست خواهند آمد و ضرایب λ_i و a_i از روابط زیر تعیین خواهند شد:

$$\lambda_i^2 = \frac{\omega^2 M_{ii}}{D_{ii}^0} \quad (32)$$

$$a_i = \frac{D_{ii}^1}{D_{ii}^0} \quad (33)$$

۵- نحوه حل معادله حاکم بر مسئله اندرکنش خاک و سازه

همان‌گونه که در بالا اشاره شد، برای حل معادله حاکم بر

۴- دستگاه معادلات حاکم در فضای روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا

مبنای روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا برای حل مسائل، روش باقیمانده‌های وزن‌دار است که فرم انتگرالی دستگاه معادلات حاکم (رابطه ۱۴) پس از استفاده از روش باقیمانده‌های وزن‌دار به صورت زیر در خواهد آمد [۱۳]:

$$\begin{aligned}
 & \xi D^0 \hat{u}_{,\xi\xi} + D^1 \hat{u}_{,\xi} + \omega^2 \xi M u + \\
 & \xi \hat{F}^b(\xi, \omega) = 0
 \end{aligned} \quad (20)$$

که ماتریس‌ها و بردارهای ضرایب موجود در رابطه (۲۰) از رابطه‌های زیر قابل محاسبه خواهند بود:

$$D^0 = \int_{-1}^{+1} B^{iT} D B^1 |J| d\eta \quad (21)$$

$$D^1 = \int_{-1}^{+1} B_{,\eta}^{iT} D B^2 |J| d\eta \quad (22)$$

$$\hat{F}^b = \int_{-1}^{+1} N^T f^b |J| d\eta \quad (23)$$

$$M = \int_{-1}^{+1} N^T \rho N |J| d\eta \quad (24)$$

که \hat{F}^b نشان‌دهنده‌ی بردار نیروهای حجمی در نقاط گرهی روی مرزها در فرکانس ω است. علاوه بر این، B^1 و $B_{,\eta}^1$ به صورت روابط (۲۵) و (۲۶) خواهند شد:

$$B^1(\eta) = b^1 N \quad (25)$$

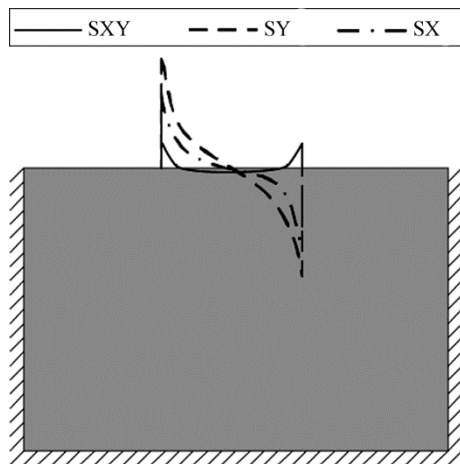
$$B_{,\eta}^1(\eta) = b_{,\eta}^1 N \quad (26)$$

به کار بردن روش انتگرال‌گیری کلنشا- کورتیس به همراه توابع شکل ویژه معرفی شده، سبب تولید ماتریس‌های دارای درایه‌های قطری می‌شود؛ یعنی، با استفاده از روابط (۲۷) تا (۲۹)، رابطه (۲۰) به صورت قطری در خواهد آمد رابطه (۳۰):

$$D_{ij}^0 = 2\delta_{ij} W_i B^{iT}(\eta_i) D B^1(\eta_i) |J(\eta_i)| \quad (27)$$

$$D_{ij}^1 = 2\delta_{ij} W_i B_{,\eta}^{iT}(\eta_i) D B^2(\eta_i) |J(\eta_i)| \quad (28)$$

$$M_{ij} = 2\delta_{ij} W_i N^T(\eta_i) \rho N(\eta_i) |J(\eta_i)| \quad (29)$$



شکل (۴): توزیع شماتیک تنش اعمال شده در مرز اندرکنش

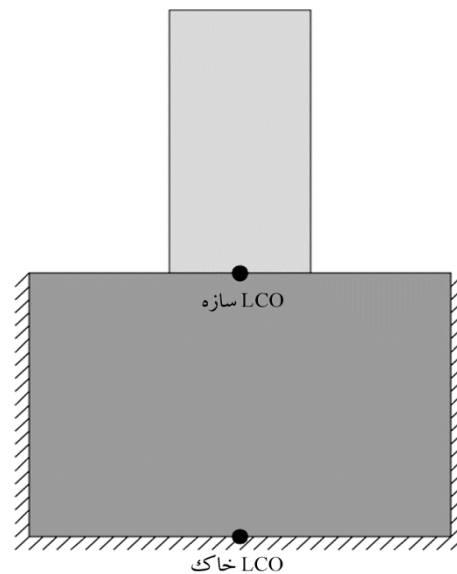
تحت اثر این توزیع ترکشن، محیط خاک با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا مورد بررسی قرار خواهد شد. این تحقیق، نحوه حل ارائه شده برای محیط خاک دارای سه مرحله خواهد بود. در مرحله اول، تنها گره‌هایی از محیط خاک که تحت بارگذاری قرار گرفته‌اند، مورد تحلیل قرار خواهند گرفت. ضرایب انتگرال گیری A و B در رابطه (۳۱)، با اعمال شرایط مرزی جابه‌جایی صفر در LCO ($\xi = 0$) و ترکشن برابر با مقدار ترکشن موجود روی مرز ($\xi = 1$) محاسبه می‌شوند. بدین ترتیب، مرحله اول حل به اتمام خواهد رسید. برای انجام مرحله دوم تحلیل، باید از مفهوم بازتوزیع ترکشن^{۲۲} استفاده نمود. بدین صورت که مقدار ترکشن موجود در نقطه مرجع (T_{LCO}) از طریق جمع نمودن ترکشن تمامی گره‌ها در LCO (رابطه ۳۴) محاسبه شده و سهم ترکشن هر گره از بارگذاری خارجی، با استفاده از رابطه (۳۵) تعیین خواهد شد:

$$T_{LCO} = \sum_{i=1}^n T_{LCOi} \quad (34)$$

$$T_{LCOi} = \frac{D_{ii}^0}{\sum_{j=1}^n D_{jj}^0} T_{LCO} \quad (35)$$

در مرحله دوم حل محیط خاک، بار دیگر باید این محیط را مطابق روند توضیح داده شده در مرحله اول حل نمود. با این تفاوت که در این مرحله، حل محیط خاک برای تمامی گره‌ها و تحت اثر نیروی حجمی محاسبه شده بر اساس ترکشن بازتوزیع شده انجام می‌پذیرد (روابط ۳۶ و ۳۷).

مسئله اندرکنش خاک و سازه، باید هر یک از دو محیط با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا مورد تحلیل قرار گرفته و با اعمال شرایط مرزی، حل کلی معادله در راستای شعاعی انجام پذیرد. مرزهای مربوط به اعمال شرایط مرزی به دو دسته تقسیم می‌شوند: (۱) مرزهایی که روی مرز اندرکنش قرار گرفته باشند و (۲) سایر مرزها. بنابراین، برای حل مسئله لازم دیده شده است که از دو نقطه مرجع جداگانه، مطابق شکل (۳)، برای حل محیط‌های خاک و سازه استفاده شود.



شکل (۳): در نظر گرفتن دو نقطه مرجع برای حل مسئله اندرکنش خاک و سازه.

نحوه حل پیشنهاد شده برای تحلیل مسئله اندرکنش خاک و سازه با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا بدین صورت است که ابتدا محیط خاک تحت اثر یک توزیع ترکشن اولیه توسط روش مذکور تحلیل خواهد شد. انتخاب مناسب این توزیع ترکشن اولیه، در همگرایی سریع به پاسخ مسئله، بسیار تأثیرگذار است. بنابراین، برای حل این مسئله از یک توزیع ترکشن اولیه، به‌منظور غیر درگیر کردن معادلات موجود در مسائل اندرکنش استفاده شده است. در شکل (۴)، یک حالت شماتیک از توزیع تنش اعمال شده در مرز اندرکنش نمایش داده شده است.

۲. تحلیل محیط خاک:

۲-۱- تحلیل محیط خاک در گام اول تنها برای گره‌های

تحت بار گذاری (رابطه ۲۹)؛

۲-۲- تعیین ترکشن در LCO در پایان گام اول (رابطه ۳۲)،

انجام باز توزیع برای اولین بار و تعیین سهم ترکشن هر

یک از گره‌ها (رابطه ۳۳)؛

۲-۳- تعیین بردار نیروهای گرهی معادل در راستای شعاعی

بدون در نظر گرفتن تأثیر شرایط مرزی دیریکله (روابط

۳۴ و ۳۵)؛

۲-۴- تحلیل محیط خاک در گام دوم برای تمامی گره‌ها

تحت اثر بار معادل گرهی تعیین شده از گام ۲-۳ با

اعمال شرایط مرزی (رابطه ۲۹)؛

۲-۵- تعیین ترکشن در LCO در پایان گام دوم (رابطه ۳۲)،

انجام باز توزیع برای دومین بار و تعیین سهم ترکشن هر

یک از گره‌ها (رابطه ۳۳)؛

۲-۶- تعیین بردار نیروهای گرهی معادل در راستای شعاعی

با در نظر گرفتن تأثیر شرایط مرزی دیریکله (روابط ۳۴

و ۳۵)؛

۲-۷- تحلیل محیط خاک در گام سوم برای تمامی گره‌ها

تحت اثر بار معادل گرهی تعیین شده از گام ۲-۶ با

اعمال شرایط مرزی (رابطه ۲۹)؛

۲-۸- تعیین مقدار جابه‌جایی ایجاد شده در گره‌های روی مرز

اندرکنش به‌عنوان شرط مرزی اعمالی برای محیط سازه؛

۳. تحلیل محیط سازه:

۳-۱- تحلیل محیط سازه در گام اول برای گره‌های تحت

بار گذاری با اعمال شرایط مرزی (شکل ۲) (رابطه ۲۹)؛

۳-۲- تعیین ترکشن در LCO در پایان گام اول (رابطه ۳۲)،

انجام باز توزیع و تعیین سهم ترکشن هر یک از گره‌ها

(رابطه ۳۳)؛

۳-۳- تعیین بردار نیروهای گرهی معادل در راستای شعاعی

(روابط ۳۴ و ۳۵)؛

۳-۴- تحلیل محیط سازه در گام دوم برای تمامی گره‌ها

$$T_i = T_{LCO_i} \times (1 - \xi) + T_{Boundary_i} \quad (36)$$

$$F^b = \int_{-1}^{+1} T |J| d\eta \quad (37)$$

مطابق روند ارائه شده در بالا، مقدار ثابت‌های انتگرال‌گیری

 B و A محاسبه خواهند شد. بدین ترتیب، مرحله دوم حل محیط

خاک نیز به اتمام رسیده است. در پایان این مرحله، پاسخ محیط

خاک با در نظر گرفتن سهم تمامی گره‌ها پس از انجام باز توزیع

تعیین شده است. اما، تا این مرحله اثرات مربوط به صفر بودن

جابه‌جایی مرزهای کناری و پایینی در حل مسئله لحاظ نشده

است. برای این منظور، برای بار دوم از مفهوم باز توزیع ترکشن

استفاده نموده و مقدار جابه‌جایی‌های به‌دست آمده روی مرز

اندرکنش تعیین می‌شوند. بدین ترتیب، محیط خاک به‌صورت

کامل تحلیل شده و نتایج به‌دست آمده روی مرز اندرکنش

به‌عنوان شرایط مرزی محیط سازه مورد استفاده قرار خواهند

گرفت.

تحلیل محیط سازه با استفاده از روش اجزای محدود مرزی

مقیاس شده مجزا دقیقاً مشابه موارد ذکر شده برای حل محیط

خاک است. با این تفاوت که حل محیط سازه در دو مرحله و

با انجام تنها یک بار باز توزیع صورت می‌پذیرد. شرایط مرزی

اعمال شده برای این محیط به این ترتیب است که در مرز

 غیراندرکنشی ($\xi = 1$) از شرایط ترکشن (شرط مرزی نیومن) و

 در مرز اندرکنشی ($\xi = 0$) از شرط جابه‌جایی برابر با نتایج

به‌دست آمده از حل محیط خاک (شرط مرزی دیریکله)

استفاده خواهد شد.

الگوریتم مورد استفاده برای حل مسئله اندرکنش خاک و سازه با

استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا در ادامه

به‌صورت گام‌بندی شده ارائه شده است. در این الگوریتم، سه مرحله

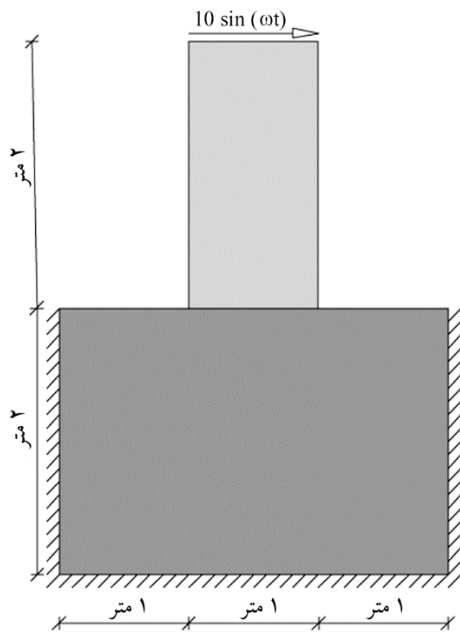
کلی برای حل مسئله معرفی شده است که به ترتیب، در نظر گرفتن

فرض اولیه تنش موجود روی مرز اندرکنش، تحلیل محیط خاک و

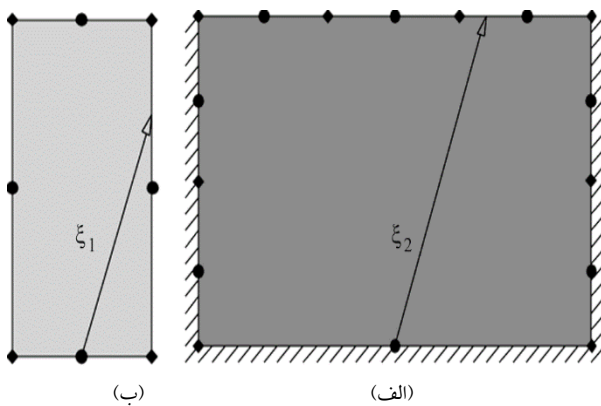
تحلیل محیط سازه هستند. در ادامه به بیان این الگوریتم پرداخته می‌شود:

۱. اعمال تنش اولیه موجود روی مرز اندرکنش به‌منظور تسریع

در همگرایی مسئله؛



شکل (۵): هندسه و بارگذاری مسئله مرجع مورد بررسی در این تحقیق.



شکل (۶): محل قرارگیری نقطه مرجع و گسسته‌سازی مرز مسئله در (الف) محیط خاک و (ب) محیط سازه.

از دو نقطه LCO جداگانه برای هر یک از محیط‌های خاک و سازه استفاده شده است. لازم به ذکر است که در این شکل، \blacklozenge نشان‌دهنده‌ی گره‌های ابتدایی و انتهایی المان و \bullet نشان‌دهنده‌ی گره میانی المان است.

به‌عنوان اولین مثال عددی مورد بررسی در این مقاله، از خصوصیات مصالح بیان شده در جدول (۱) برای محیط‌های خاک و سازه استفاده شده است. لازم به ذکر است که مصالح مورد استفاده در محیط خاک و سازه به‌صورت الاستیک خطی در نظر گرفته شده است.

تحت اثر بار معادل گرهی به‌دست آمده از گام ۳-۳ با اعمال شرایط مرزی و تعیین پاسخ سازه (رابطه ۲۹). همان‌گونه که مشاهده می‌شود، هر یک از مراحل تحلیل محیط خاک و تحلیل محیط سازه برای حل مسئله اندرکنش دینامیکی خاک و سازه با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا، خود دارای گام‌های متعددی هستند که به‌طور کامل در بالا توضیح داده شده‌اند. با پیشنهاد الگوریتم حاضر، دستگاه معادلات درگیر مسائل اندرکنش در روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا به‌صورت غیر درگیر به دست می‌آیند که این امر برای اولین بار در پژوهش حاضر ارائه شده است و می‌توان به‌عنوان یک گام مهم در توسعه روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا از آن نام برد.

۶- مثال‌های عددی

در تحقیق حاضر، به بررسی قابلیت روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا در مورد در نظر گرفتن اثرات انعطاف‌پذیری محیط خاک بر روی پاسخ سازه پرداخته شده است. برای این منظور، چند مثال عددی با هندسه دو بعدی برای تحلیل دینامیکی اندرکنش خاک و سازه در نظر گرفته شده است. بدین صورت که عمق خاک و ارتفاع سازه دو برابر عرض سازه لحاظ شده است. همچنین، عرض خاک نیز سه برابر عرض سازه در نظر گرفته شده است. جهت اعمال بارگذاری دینامیکی از یک بار افقی هارمونیک با بزرگی ۱۰ کیلونیوتن به‌عنوان بارگذاری مسئله استفاده شده است. حوزه مسئله و نحوه اعمال بارگذاری دینامیکی در شکل (۵) نشان داده شده است.

در حل مسئله، نقطه مرجع محیط خاک و سازه در مرکز مرز پایینی هر یک از محیط‌ها در نظر گرفته شده و از المان‌های سه گرهی برای گسسته‌سازی مرزها استفاده شده است. بدین ترتیب که برای گسسته‌سازی محیط خاک از هفت المان و برای گسسته‌سازی محیط سازه از سه المان استفاده شده است. در شکل (۶) المان‌بندی حوزه مسئله و محل قرارگیری LCO نمایش داده شده است. همان‌گونه که در شکل (۶) قابل مشاهده است،

جدول (۱): مشخصات مصالح مورد استفاده در مثال عددی اول.

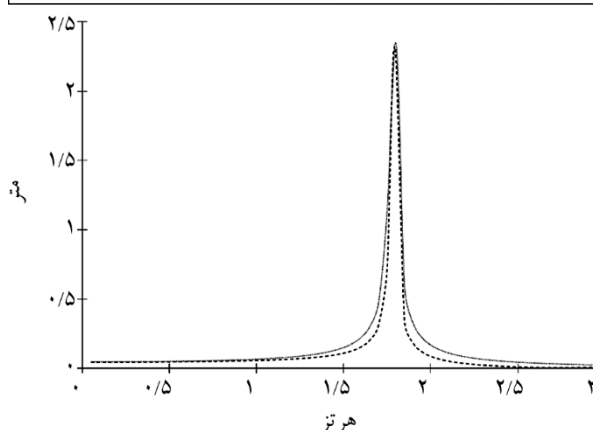
ν	ρ (کیلوگرم بر مترمکعب)	E (نیوتن بر مترمربع)	مشخصات مکانیکی محیط خاک
$\nu_F = 0/2$	$\rho_F = 2000$	$E_F = 0/6 \times 10^7$	مشخصات مکانیکی محیط سازه
$\nu_S = 0/3$	$\rho_S = 2500$	$E_S = 3/0 \times 10^7$	

سازه در فرکانس $1/80$ هرترز اتفاق افتاده است. همچنین، از بررسی بیشینه پاسخ به دست آمده مشخص است که نتایج روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا از دقت مناسبی در مقایسه با روش اجزای محدود برخوردار است. لازم به ذکر است که در مثال حاضر، در روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا در مجموع از 20 گره (40 درجه آزادی) و در روش اجزای محدود در مجموع از 871 گره (1742 درجه آزادی) استفاده شده است. همان گونه که مشخص است، تعداد درجات آزادی استفاده شده در روش حاضر بسیار کمتر از روش اجزای محدود بوده و این امر سبب کاهش تلاش‌های محاسباتی می‌شود.

در ادامه، به منظور انجام مطالعات بیشتر، به بررسی توانایی روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا برای در نظر گرفتن اثرات خاک زیر سازه پرداخته شده است. بدین صورت که مدول الاستیسیته‌های مختلفی برای محیط خاک در نظر گرفته شده و نتایج به دست آمده، با روش اجزای محدود مورد بررسی قرار گرفته است. لازم به ذکر است که در تمامی مثال‌ها، هندسه مسئله، بارگذاری مسئله، نوع و تعداد المان‌های مورد استفاده و محل قرارگیری LCOها کاملاً مشابه مثال اول است. همچنین، از مشخصات مکانیکی یکسانی برای محیط سازه استفاده شده است و تنها تفاوت این مثال‌ها با مثال اول، در مقادیر متفاوت در نظر گرفته شده برای مدول الاستیسیته محیط خاک خواهد بود. بدین ترتیب، در ادامه به بررسی اثرات تغییر مدول الاستیسیته محیط خاک و تأثیر آن بر روی پاسخ سازه پرداخته خواهد شد. برای این منظور، مدول الاستیسیته محیط خاک در مثال‌های دوم تا پنجم مطابق جدول (۲) در نظر گرفته شده است. علاوه بر این، چگالی جرمی و ضریب پواسون استفاده شده در این مثال‌ها نیز به طور کامل مشابه مثال اول است.

برای حل مثال‌های دوم تا پنجم نیز از الگوریتم بیان شده در بخش ۵ استفاده شده است. نتایج به دست آمده از حل این مثال‌ها به ترتیب در شکل‌های (۸) تا (۱۱) نمایش داده شده است. برای این مثال‌ها نیز، به منظور بررسی اعتبار نتایج روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا و همچنین، اطمینان از توانایی این روش، نتایج به دست آمده از این تحقیق با نتایج به دست آمده از روش اجزای

--- روش اجزای محدود ---- روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا



شکل (۷): مقایسه نتایج به دست آمده از حل مثال عددی اول با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا و روش اجزای محدود. محور افقی و عمودی به ترتیب نشان‌دهنده فرکانس بارگذاری و جابه‌جایی افقی بالاترین نقطه از سازه است.

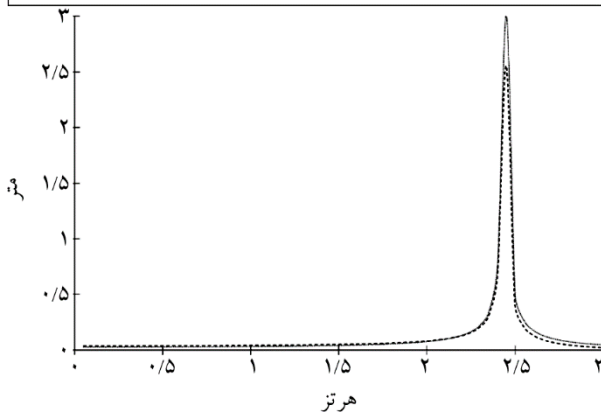
برای حل این مثال از الگوریتم بیان شده در بخش ۵ استفاده شده است. نتایج به دست آمده از حل مثال مذکور در شکل (۷) نمایش داده شده است. به منظور بررسی صحت نتایج روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا و همچنین، اطمینان از توانایی این روش، نتایج به دست آمده از این تحقیق با نتایج به دست آمده از روش اجزای محدود مورد مقایسه قرار گرفته است. در این شکل جابه‌جایی افقی بالاترین نقطه از سازه (برحسب متر) در برابر فرکانس بارگذاری (برحسب هرترز) رسم شده است که نشان‌دهنده دقت مناسب روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا در مقایسه با روش اجزای محدود است. همان گونه که در شکل (۷) دیده می‌شود، فرکانس تشدید در روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا با دقت بسیار مناسبی در مقایسه با روش اجزای محدود تعیین شده است و بیشینه پاسخ

محدود مورد مقایسه قرار گرفته است. همان گونه که در این شکل ها نیز مشاهده می شود، فرکانس تشدید در روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا تطابق بسیار مناسبی با روش اجزای محدود دارد. بیشینه پاسخ سازه در هر یک از مثال های دوم تا پنجم به ترتیب در فرکانس های ۱/۹۵، ۲/۱۵، ۲/۴۵ و ۲/۹۰ هرتز اتفاق افتاده است. همچنین، از بررسی بیشینه پاسخ به دست آمده مشخص است که نتایج روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا در تمامی مثال ها، از دقت مناسبی در مقایسه با روش اجزای محدود برخوردار است.

جدول (۲): حالت های مختلف در نظر گرفته شده برای مدول الاستیسته محیط خاک.

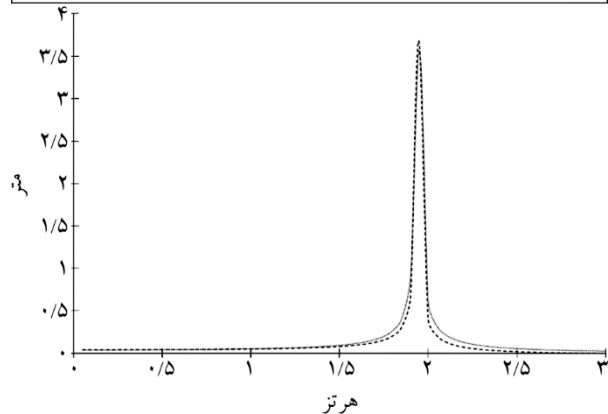
مثال	مدول الاستیسته محیط سازه (E_s) (نیوتن بر مترمربع)	مدول الاستیسته محیط خاک (E_F) (نیوتن بر مترمربع)	نسبت مدول الاستیسته ها (E_F/E_s)
دوم	3×10^7	0.75×10^7	۱/۴
سوم	3×10^7	1.00×10^7	۱/۳
چهارم	3×10^7	1.50×10^7	۱/۲
پنجم	3×10^7	3.00×10^7	۱/۱

روش اجزای محدود روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا



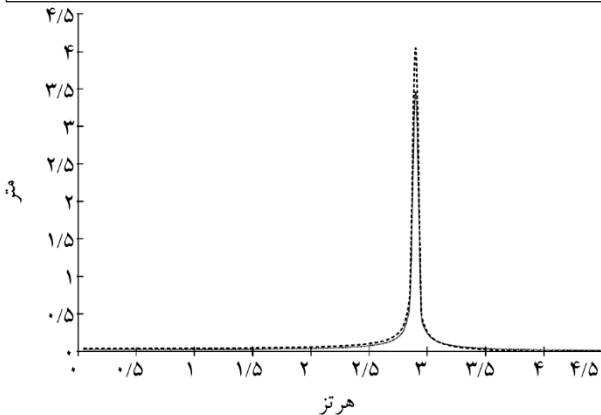
شکل (۱۰): مقایسه نتایج به دست آمده از حل مثال عددی چهارم با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا و روش اجزای محدود. محور افقی و عمودی به ترتیب نشان دهنده فرکانس بارگذاری و جابه جایی افقی بالاترین نقطه از سازه است.

روش اجزای محدود روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا



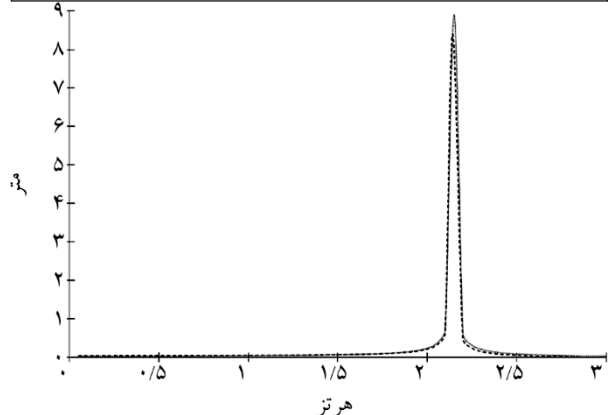
شکل (۸): مقایسه نتایج به دست آمده از حل مثال عددی دوم با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا و روش اجزای محدود. محور افقی و عمودی به ترتیب نشان دهنده فرکانس بارگذاری و جابه جایی افقی بالاترین نقطه از سازه است.

روش اجزای محدود روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا



شکل (۱۱): مقایسه نتایج به دست آمده از حل مثال عددی پنجم با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا و روش اجزای محدود. محور افقی و عمودی به ترتیب نشان دهنده فرکانس بارگذاری و جابه جایی افقی بالاترین نقطه از سازه است.

روش اجزای محدود روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا



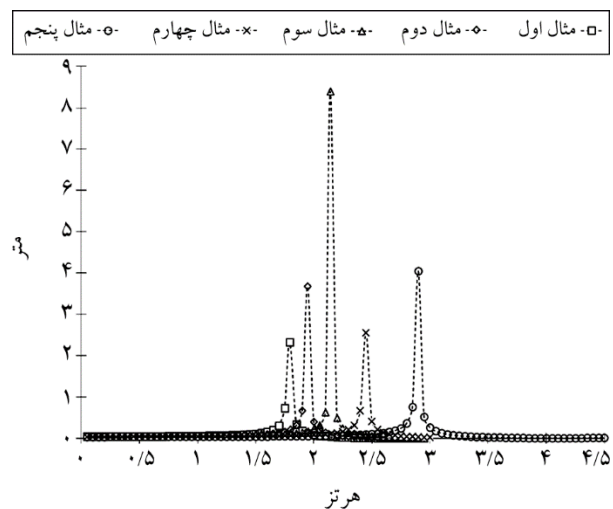
شکل (۹): مقایسه نتایج به دست آمده از حل مثال عددی سوم با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا و روش اجزای محدود. محور افقی و عمودی به ترتیب نشان دهنده فرکانس بارگذاری و جابه جایی افقی بالاترین نقطه از سازه است.

فضایی با یک بعد کمتر از فضای اصلی مسئله صورت می‌پذیرد، حجم محاسبات مورد نیاز در این روش بسیار کمتر از سایر روش‌های موجود خواهد بود. به‌عنوان مثال، در مثال‌های حل شده، در مجموع تنها از ۱۰ المان و ۲۰ گره برای حل مسائل با استفاده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا استفاده شد. در صورتی که برای حل همین مسائل با استفاده از روش اجزای محدود، در مجموع از ۸۰۰ المان و ۸۷۱ گره استفاده شده است. برای غیردرگیر کردن معادلات حاکم بر مسائل اندرکنش، یک فرض اولیه ترکشن بر روی مرز اندرکنش اعمال شده است. برای حل این مسئله اندرکنش خاک و سازه در مطالعه حاضر لازم دیده شده است که از دو نقطه مرجع جداگانه برای گسسته‌سازی محیط خاک و محیط سازه استفاده شود. بدین صورت که این نقطه در هر یک از محیط‌های خاک و سازه باید روی مرز پایینی قرار گرفته و با اعمال شرط تعادل و سازگاری تغییر شکل‌ها، ارتباط بین دو محیط لحاظ شد. در نهایت، برای بررسی میزان دقت و صحت روش حل ارائه شده، از چند مثال عددی استفاده شد. بدین صورت که پاسخ جابه‌جایی افقی بالاترین نقطه از یک سازه برای پنج مدول الاستیسیته مختلف فونداسیون مورد بررسی قرار گرفت. با بررسی پاسخ‌های به‌دست آمده در مقایسه با روش اجزای محدود، مشخص شد که روش حاضر در تمامی مثال‌ها، به‌خوبی حداکثر پاسخ سازه و همچنین فرکانس مربوط به پاسخ حداکثر سازه را پیش‌بینی نموده است. لازم به ذکر است، با پیشنهاد الگوریتم حاضر دستگاه معادلات درگیر مسائل اندرکنش در روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا به‌صورت غیردرگیر به دست می‌آیند که این امر برای اولین بار در پژوهش حاضر ارائه شده است و می‌توان به‌عنوان یک گام مهم در توسعه روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا از آن نام برد.

مراجع

- Chopra, A.K. and Gupta, S. (1982) Hydrodynamic and foundation interaction effects in frequency response functions for concrete gravity dams.

در نهایت، به‌منظور بررسی تأثیر تغییرات مدول الاستیسیته محیط خاک بر روی پاسخ جابه‌جایی افقی بالاترین نقطه از سازه، نتایج به‌دست آمده از تمامی مثال‌های اول تا پنجم، در شکل (۱۲) رسم شده‌اند. همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود، نتایج به‌دست آمده از روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا به‌خوبی حاکی از آن است که با کاهش مدول الاستیسیته محیط خاک (نرم کردن محیط خاک)، حداکثر پاسخ سازه در فرکانس کمتری رخ خواهد داد. بنابراین، مشخص است که روش حاضر به‌خوبی قادر به تحلیل اندرکنش دینامیکی خاک و سازه در حوزه فرکانس و در نظر گرفتن اثرات تغییر مدول الاستیسیته محیط خاک بر روی پاسخ مسئله است.



شکل (۱۲): بررسی تأثیر کاهش مدول الاستیسیته محیط خاک بر روی پاسخ جابه‌جایی افقی بالاترین نقطه از سازه. محور افقی و عمودی به ترتیب نشان‌دهنده فرکانس بارگذاری و جابه‌جایی افقی بالاترین نقطه از سازه است.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله به‌منظور تحلیل دینامیکی مسئله اندرکنش خاک و سازه از یک روش نیمه‌تحلیلی به نام روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا استفاده شده است. در این روش معادله حاکم بر مسئله به علت قطری شدن ماتریس ضرایب، به‌صورت غیردرگیر در می‌آید. با در نظر گرفتن این امر و این موضوع که حل مسئله در روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا در

- Analysis with Boundary Elements*, **35**(12), 1288-1296.
11. Khaji, N. and Khodakarami, M.I. (2012) A semi-analytical method with a system of decoupled ordinary differential equations for three-dimensional elastostatic problems. *International Journal of Solids and Structures*, **49**(18), 2528-2546.
 12. Khodakarami, M.I., Khaji, N., and Ahmadi, M.T. (2012) Modeling transient elastodynamic problems using a novel semi-analytical method yielding decoupled partial differential equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **213-216**, 183-195.
 13. Khaji, N. and Mirzajani, M. (2013) Frequency domain analysis of elastic bounded domains using a new semi-analytical method. *Acta Mechanica*, **224**(7), 1555-1570.
 14. Mirzajani, M., Khaji, N., and Khodakarami, M.I. (2016) A new global nonreflecting boundary condition with diagonal coefficient matrices for analysis of unbounded media. *Applied Mathematical Modelling*, **40**(4), 2845-2874.
 15. Khaji, N. and Yazdani, M. (2016) Determination of stress intensity factors of 2D fracture mechanics problems through a new semi-analytical method. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, **39**(4), 467-478.
 16. Yazdani, M., Khaji, N., and Khodakarami, M.I. (2016) Development of a new semi-analytical method in fracture mechanics problems based on the energy release rate. *Acta Mechanica*, **227**(12), 3529-3547.
 17. Yazdani, M. and Khaji, N. (2018) Development of a new semianalytical approach for 2D analysis of crack propagation problems. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, **41**(6), 1344-1363.
- واژه‌نامه**
- | | |
|---------------------------------------|--------------------|
| Analytical Methods | ۱- روش‌های تحلیلی |
| Numerical Methods | ۲- روش‌های عددی |
| Frequency Domain | ۳- حوزه فرکانس |
| Plane Stress | ۴- تنش صفحه‌ای |
| Scaled Boundary Finite Element Method | ۵- روش اجزای محدود |
2. Lofti, V., Roesset, J.M., and Tassoulas, J.L. (1987) A technique for the analysis of the response of dams to earthquakes. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **15**(4), 463-490.
 3. Medina, F. and Domínguez, J. (1989) Boundary elements for the analysis of the seismic response of dams including dam-water-foundation interaction effects. I. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **6**(3), 152-157.
 4. Domínguez, J. and Medina, F. (1989) Boundary elements for the analysis of the seismic response of dams including dam-water-foundation interaction effects. II. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **6**(3), 158-163.
 5. Yazdchi, M., Khalili, N., and Valliappan, S. (1999) Dynamic soil-structure interaction analysis via coupled finite-element-boundary-element method. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **18**, 499-517.
 6. Wolf, J.P. (2003) *The Scaled Boundary Finite Element Method*. John Wiley & Sons Inc.
 7. Khodakarami, M.I. (2012) *A Method of Scaled Boundary-Finite Element with Diagonal Coefficient Matrices for Solving Continuum Mechanics Problems*. Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy (Ph.D.) in Civil Engineering, Department of Earthquake Engineering, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University (in Persian).
 8. Khodakarami, M.I. and Khaji, N. (2014) Wave propagation in semi-infinite media with topographical irregularities using decoupled equations method. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **65**, 102-112.
 9. Khaji, N. and Khodakarami, M.I. (2011) A new semi-analytical method with diagonal coefficient matrices for potential problems. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **35**(6), 845-854.
 10. Khodakarami, M.I. and Khaji, N. (2011) Analysis of elastostatic problems using a semi-analytical method with diagonal coefficient matrices. *Engineering*

	مرزی مقیاس شده
Decoupled Scaled Boundary Finite Element Method	۶- روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده مجزا
Time Domain	۷- حوزه زمان
Non-Isoparametric Elements	۸- المان‌های غیرایزوپارامتریک
Shape Function	۹- تابع شکل
Mapping Function	۱۰- تابع نگاشت
Clenshaw-Curtis Numerical Integration Method	۱۱- روش انتگرال گیری عددی کلنشا-کور تیس
Weighted Residual Approach	۱۲- روش باقی مانده‌های وزن دار
Local Coordinates Origin (LCO)	۱۳- مرجع مختصات محلی
Compatibility Condition	۱۴- شرط هم‌سازی
Equilibrium Condition	۱۵- شرط تعادل
First order Chebyshev Polynomial	۱۶- چند جمله‌ای چبیشف نوع اول
Jacobian Matrix	۱۷- ماتریس ژاکوبین
Kronecker Delta	۱۸- دلتای کرونیکر
Newman Boundary Condition	۱۹- شرط مرزی نیومن
Dirichlet Boundary Condition	۲۰- شرط مرزی دیریکله
Second Order Deferential Equation of Non-Homogeneous Bessel Function	۲۱- معادله دیفرانسیل مرتبه دوم از نوع تابع بسل غیر همگن
Traction Redistribution	۲۲- باز توزیع ترکشن

Dynamic Analysis of Soil-Structure Interaction Using Decoupled Scaled Boundary Finite Element Method

Amin Ghazanfari Tehran^{1*}, Naser Khaji², and Mahdi Yazdani³

1. Ph.D. Candidate in Structural Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran,
*Corresponding Author, email: a.ghazanfaritehran@email.kntu.ac.ir
2. Professor of Earthquake Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
3. Assistant Professor of Structural Engineering, Arak University, Arak, Iran

Structures are subjected to different loadings during their lifetime. Most of these loads are time dependent and change over the time. Therefore, it is important to evaluate structures under dynamic loads. On the other hand, dynamic response of structures is affected by several factors that results in many complexities to structural analysis. Thus, numerical methods are used for seismic analysis of structures. In this article, a new semi analytical method with high efficiency is developed for soil-structure interaction (SSI) analysis, which is called decoupled scaled boundary finite element method (DSBFEM). This method has analytical solution in radial direction and uses a specific shape functions as the interpolation function in the circumferential direction. In addition, the boundaries of the problem are discretized by specific new non-isoparametric elements. In these elements, new special shape functions as well as higher-order Chebyshev mapping functions are implemented. For the shape functions, Kronecker Delta property is satisfied for displacement function, simultaneously. Moreover, the first derivatives of shape functions are assigned to zero at any given control point. In fact, to model the geometry of the problems, we consider a local coordinate origin (LCO) for transportation of the geometric characteristics of global coordinate and local coordinate. Consequently, using a form of weighted residual method and implementing Clenshaw-Curtis numerical integration, coefficient matrices of the system of equations are converted into diagonal ones, which leads to a set of decoupled partial differential equations for solving the whole system. This means that the governing partial differential equation for each degree of freedom (DOF) becomes independent from other DOFs of the domain. Due to the soil flexibility effect on structural responses, in this paper, SSI problem has been investigated considering different values of modulus of elasticity for soil domain. To achieve this, two different LCOs have been used to discretize the soil domain and the structure domain. Thus, a three-step algorithm is proposed, which consists of: (1) considering an initial stress on the interaction boundary, (2) analysis of soil domain, and (3) analysis of structure domain. Therefore, after the initial assumption of stress on the interaction boundary, the soil domain will be completely analyzed by two-stage traction redistribution and the results on interaction boundary will be used as boundary conditions of structure domain. It should be noted that in the proposed algorithm, only one-stage traction redistribution will be used to analyze the structure domain. Finally, validity and accuracy of DSBFEM are fully demonstrated through some benchmark examples with different values of modulus of elasticity for the soil domain, and the results are compared with Finite Element Method (FEM). The results indicate that the proposed method has high accuracy and flexibility to consider the SSI effect, determine the resonant frequency and the maximum displacement amplitude of the structure. In addition, the number of elements used in the DSBFEM is much less than the FEM, which will lead to a reduction in computational costs.

Keywords: Decoupled Scaled Boundary Finite Element Method (DSBFEM); Soil-Structure Interaction (SSI); Dynamic Analysis; Frequency Domain.