

نوع مقاله: یادداشت پژوهشی

چکیده

در این پژوهش به کمک روابط اساسی دینامیک سازه و مقاومت مصالح به دنبال درک بهتری از سازه‌های آسیب‌هستیم. در واقع، این مقاله روشی کاربردی ارائه می‌دهد که به کمک فرکانس طبیعی میزان شناخت از آسیب در تکیه‌گاه خود که می‌تواند ما را در بهسازی سازه کمک کند. در این روش تنها به دریافت فرکانس از سازه است و نیاز به کنترل سازه و حضور نیروی انسانی به صورت مداوم نیست. همان‌طور که نتایج نشان داد، پارامترهای دینامیکی نقش پررنگی دارند. آنچه حوزه پایش سلامت سازه‌ها و به‌خصوص ردیابی ترک را از یک طرف بسیار جذاب و از طرفی خیلی سخت کرده عدم اطمینان قابل توجه آسیب در سازه است. در واقع از ایجاد آسیب در سازه تا تشخیص و ترمیم آن با عدم قطعیت بالایی روبه‌رو هستیم که کار را بسیار سخت و با هزینه محاسباتی بالایی مواجه می‌نماید. سازه مدل‌سازی و تحلیل شده در این مقاله با سه تکیه‌گاه آسیب‌دیده می‌تواند نسبت به مدل‌های ارائه شده قبلی که عموماً به صورت کنسول و یا تیرهای یک دهانه بودند، مدل مناسب‌تری باشد. گرچه با اضافه شدن دهانه‌ها و استفاده از معادله مشخصه ماتریس ضرایب برای به‌دست آوردن تابع شکل، بسیار دشوار خواهد شد. همچنین استخراج تابع فرکانس به کمک روش رایلی انجام شد و نتایج نشان داد که همچون روش حل مستقیم تأثیر عوامل روی مود اصلی سازه میزان خطای نتایج را تغییر می‌دهد. در این بخش با اضافه کردن جرم آزمون در نقاطی که روی مد اصلی متأثر است و در حل مستقیم تابع شکل در حالتی به دست می‌آید که جرم آزمون حضور ندارد و این موضوع باعث احتمال افزایش خطا با افزایش جرم آزمون را افزایش می‌دهد.

واژگان کلیدی: عیب‌یابی تیر، آسیب تیر، تیر دو دهانه، روش رایلی.

تعیین میزان آسیب تیر دو دهانه به کمک روش رایلی

صابر سلیمانی نسب

دانش‌آموخته کارشناسی ارشد سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم‌آباد، ایران

فریدون امیدنی نسب (نویسنده مسئول)

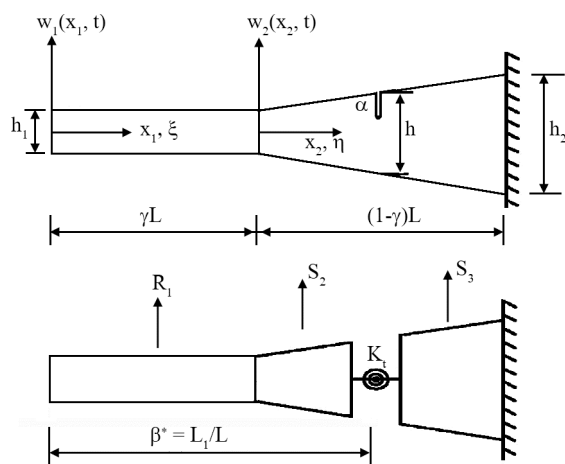
دانشیار سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم‌آباد، ایران،
Omidinasab.f@lu.ac.ir

۱- مقدمه

گسست ناشی از شکست، همواره از یک ترک در قطعه شروع می‌شود. ترک، از یک شیار یا از یک عیب و نقص ذاتی موجود در ماده آغاز می‌شود و اگر تحت بار استاتیکی یا دینامیکی قرار بگیرد، ممکن است شروع به رشد کند و در نهایت به شکست و خرابی قطعه منتهی شود. در شکل‌های (۱) و (۲) نمونه‌ای از خرابی‌های سازه نشان داده شده است. تحقیقات متعددی در زمینه شناسایی ترک و عیوب سازه‌ها با روش‌های مختلف در سال‌های اخیر ارائه شده است (Papadopoulos & Dimarogonas, 1992) (Hui, et al., 2016) (Le Wang & Zhichun, 2011) (Dimarogonas, 1992). گزارش خود مدعی شد که در المان‌هایی با ترک کم عمق نرمی اضافه شده ناشی از ترک با مجذور نسبت عمق ترک به عمق المان $(a/h)^2$ رابطه مستقیم دارد. وندلند (Wendland, 1972) در رساله دکتری خود دو تئوری برای مدل کردن ترک معرفی کرد که در اولی برای بررسی تغییرات فرکانس تیرهای ترک خورده از شیار برای مدل کردن ترک استفاده کرده بود و در تئوری دوم از کاهش سطح مقطع المان بهره گرفته بود. ایسالیک (Isalik, 1967) و

شروع می‌شود. ترک، از یک شیار یا از یک عیب و نقص ذاتی موجود در ماده آغاز می‌شود و اگر تحت بار استاتیکی یا دینامیکی قرار بگیرد، ممکن است شروع به رشد کند و در نهایت به شکست و خرابی قطعه منتهی شود. در شکل‌های (۱) و (۲) نمونه‌ای از خرابی‌های سازه نشان داده شده است. تحقیقات متعددی در زمینه شناسایی ترک و عیوب سازه‌ها با روش‌های مختلف در سال‌های اخیر ارائه شده است (Papadopoulos & Dimarogonas, 1992) (Hui, et al., 2016)

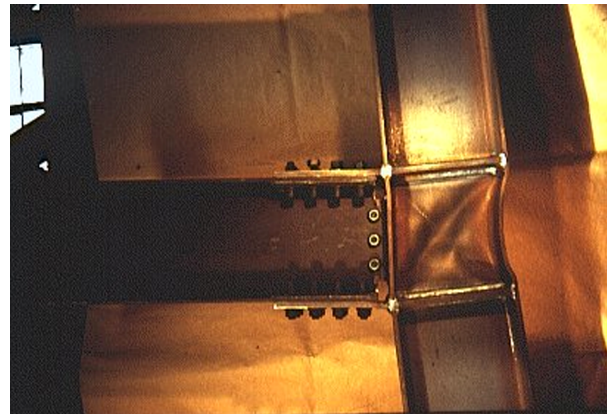
کم اشاره دارد؛ اما هر چقدر عمق بیشتر شود خطا در نتایج افزایش خواهد داشت. چودهری و میتی (Chaudhari & Maiti, 2000) روی تغییرات فرکانس تیر با سطح مقطع متغیر در حالات بدون ترک و با ترک تحقیق کردند. آنها برای این کار از روش‌های و فرمول‌های دینامیک استفاده کردند که به نتایج قابل‌یافتند (شکل ۳).



شکل (۳): مدل‌های ارائه شده توسط (Chaudhari & Maiti, 2000).

یاو و دیمارگوس (Yao & Dimarogonas, 1988) تحقیقی روی ستون‌های دایره‌ای ترک‌خورده انجام دادند. همچنین مفاهیم نرمی موضعی ستون به روش اجزا محدود را هیلی و همکاران (Hale, Heald, & Shanna, 1984) مورد مطالعه قرار دادند. سرینوسن و کوت (Srinivasan & Kot, 1992) رفتار ارتعاشی سطح ترک‌خورده را مد نظر قرار دادند. آنها تلاش کردند فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها را تعیین کنند. آنچه در این مقاله مد نظر قرار گرفته بررسی میزان آسیب در تکیه‌گاه تیر دو دهانه است. با وجود تحقیقات گسترده‌ای که در این حوزه انجام شده اما اکثر این تحقیقات بر روی تأثیرات آسیب روی مشخصات دینامیکی سازه متمرکز بوده، در واقع در بیشتر این تحقیقات با توجه به تغییرات در مشخصات دینامیکی سازه همچون تغییرات در فرکانس طبیعی و یا تغییرات در شکل مدها تفسیری از آسیب دارند و کمتر تحقیقی به‌طور مستقیم بر روی آسیب سازه متمرکز کرده‌اند.

پتروسکی و گلاژیک (Petroski & Glaszik, 1980) و کو و چن (Ku & Chen, 1992) از جمله پژوهشگرانی بودند که از کاهش سطح مقطع برای بررسی ارتعاشات المان‌های آسیب‌دیده استفاده کردند.



شکل (۱): آسیب در تکیه‌گاه قاب فلزی.



شکل (۲): جدا شدن ستون از تیر در تکیه‌گاه.

اشپیرینگر و همکاران (Springer, Lawrence, & Lawley, 1987) تغییرات فرکانس تیر یک سر آزاد با ترک در طول دهانه را به دو روش فتر انتقالی و کاهش سطح مقطع بررسی کرد که نتایج به‌دست‌آمده از روش کاهش سطح مقطع به نتایج تجربی نزدیک‌تر بود. او این کار را برای تیر آزاد انجام داد؛ اما به نتایج قابل‌قبولی نرسید. سیلوا و گومز (Silva & Gomez, 1990) یک سری آزمایش‌های تجربی روی مقایسه تأثیر در تغییر فرکانس بین شکاف به بررسی اطلاعات به‌دست‌آمده را بررسی کردند. گزارش‌های ثبت شده از عملکرد مشابه ترک و شکاف با عمق

۲- روش تعیین و تشخیص خرابی

تشخیص خرابی در سیستم‌های سازه‌ای در سه شکل کلی قابل اجراست:

۱. مشاهده مستقیم چشم

۲. آزمایش‌های غیر مخرب و به کارگیری تجهیزات خاص (مصالح پیزوالکتریک و ابزارهای الکتریکی)

۳. آزمایش‌های غیر مخرب و استفاده از الگوریتم‌های شناسایی در این تحقیق روش سوم که مبتنی بر آزمایش‌های غیر مخرب و استفاده از الگوریتم‌های شناسایی است، توسعه داده شده است. بر این اساس روش‌های جدیدی توسط محققین پیشنهاد شده است که بر پایه الگوریتم‌های شناسایی سیستم‌ها استوار گشته‌اند. در این روش‌ها مشخصات المان‌های سازه طوری تعیین می‌شود که پاسخ اندازه‌گیری شده از رفتار واقعی سازه و پاسخ به دست آمده از مدل تحلیلی با هم مقایسه شود. با در دست داشتن مشخصات محاسبه شده المان‌ها، وضعیت حاکم بر سازه به سادگی قابل تعیین خواهد بود.

۲-۱- تحلیل ارتعاشات به روش رایلی

فرکانس و یا زمان تناوبی طبیعی یک دستگاه ارتعاشی، در بررسی رفتار دینامیکی آن نقش مهمی دارد. به علاوه در روش‌هایی نظیر تحلیل شبه‌استاتیکی سازه‌ها در مقابل نیروهای دینامیکی، بر آورد نیرو منوط به تعیین زمان تناوب اصلی سازه است. به دلایل فوق، ارائه روشی مناسب جهت تعیین فرکانس طبیعی که در عین سادگی از دقت کافی نیز برخوردار باشد امری ضروری است. یکی از روش‌هایی که چنین خصوصیتی را داراست، روش رایلی است که در این بخش آن را مورد بررسی قرار می‌دهیم. این روش بر اساس اصل بقای انرژی استوار است.

۲-۱-۱- بررسی کلی روش رایلی

لرد رایلی در سال ۱۸۷۳ بر اساس تئوری اصوات نشان داده است که برای یک دستگاه مکانیکی، فرکانس طبیعی حاصل با فرض یک تابع تغییر مکان مشخص جهت‌نمایش تغییرات دامنه

ارتعاش آزاد آن، بزرگ‌تر یا مساوی فرکانس طبیعی واقعی آن است. به عبارت دیگر انحراف جزئی از تغییر شکل واقعی ارتعاش آزاد دستگاه در تعیین پیروی اصلی، خطای محسوسی را موجب نمی‌گردد. آنچه رایلی پیشنهاد کرد آسان‌ترین و مناسب‌ترین تابع تغییر مکان، همان تابع حاصل از منحنی تغییر شکل تحت اثر نیروی استاتیکی وزن است. در بخش‌های بعدی درباره انتخاب این تابع بیشتر بحث خواهیم کرد.

همچنین می‌توان ذکر نمود که روش رایلی حالت خاصی از روش مختصات کلی است که تابع شکل آن بر اساس تغییر شکل استاتیکی سازه تعیین می‌گردد. با استفاده از این اصل که انرژی ذخیره شده در دستگاه برابر کار آن توسط بار خارجی است، می‌توان حداکثر انرژی پتانسیل را به روشی ساده‌تری محاسبه نمود. اگر $u(x)$ تابع تغییر شکل سیستم تحت اثر بار مرده و $P(x) = m(x)g$ و u_0 حداکثر تغییر مکان و $\psi(x)$ تابع شکلی باشد، داریم:

$$\omega^2 = g \frac{\int_0^L m(x)u(x)dx + \sum W_i \Delta_i}{\int_0^L m(x)[u(x)]^2 dx + \sum W_i \Delta_i^2} \quad (1)$$

$$\frac{u_0 \int_0^L m(x)\psi(x)dx + \sum W_i \Delta_i}{u_0^2 \int_0^L m(x)[\psi(x)]^2 dx + \sum W_i \Delta_i^2}$$

رابطه فوق به خارج قسمت رایلی معروف است.

۲-۱-۲- خواص خارج قسمت رایلی

عامل سودمندی که در استفاده از روش رایلی برای تخمین فرکانس طبیعی یک سیستم وجود دارد، خواص خارج قسمت رایلی است. این خواص به شرح زیر هستند:

۱. فرکانس تقریبی حاصل از روش رایلی با استفاده از یک تابع شکل مفروض، همواره بزرگ‌تر از فرکانس طبیعی اصلی (که کوچک‌ترین فرکانس مودهای ارتعاشی است) می‌باشد.
۲. خارج قسمت رایلی حتی در صورت انتخاب یک تابع شکل نه‌چندان خوب، تخمین بسیار خوبی از فرکانس اصلی به دست می‌دهد.

می توان به صورت منحنی تغییر شکل تحت نیروهای استاتیکی $u(x) = u_0 \psi(x)$ در نظر گرفت که در آن $\psi(x)$ تقریب منطقی از تابع شکل اصلی سیستم است.

در حالت کلی، این روش برای انتخاب تابع شکل، به سعی محاسباتی بیش از مقدار لازم نیاز دارد، زیرا همان طور که قبلاً تذکر داده شده حتی در صورت عدم انتخاب یک تابع شکل خوب، روش رایلی در موارد اندکی منجر به نتایجی با خطای زیاد می شود. اما بحث قبلی این بود که تابع شکل را می توان بر اساس منحنی تغییر شکل یک دسته نیروی استاتیکی تعیین نمود. یک انتخاب خوب وزن سازه است که در امتداد مناسب اعمال می گردد.

باید به این موضوع توجه نمود که موفقیت روش رایلی برای تخمین فرکانس طبیعی اصلی یک سازه بستگی به توانایی تجسم شکل مود ارتعاشی که تابع شکل بر اساس آن انتخاب می شود، دارد. تجسم شکل مود اصلی قاب های چندطبقه و تیرهای دهانه ساده، آسان بوده تمام تغییر شکل های مربوطه هم علامتند. اما در سیستم های پیچیده، تجسم شکل مود اصلی ارتعاشی مشکل بوده و حتی انتخاب تابع شکل بر اساس منحنی تغییر شکل ناشی از وزن سازه، ساده نخواهد بود. در ادامه بحث، روشی برای انتخاب تابع شکل معرفی خواهیم کرد.

۳- مدل سازی

سازه مورد نظر دارای دو دهانه به طول L با سطح مقطع A و ممان اینرسی I با شرایط مرزی مشخص در تکیه گاه است که در شکل (۴) مشاهده می کنید. معادلات ارتعاش برای این تیر با چشم پوشی از اثرات تغییر شکل های برشی و لختی دورانی چنین به دست می آید.

$$EI \frac{\partial^4 W(X, T)}{\partial X^4} + \frac{\partial^2 W(X, T)}{\partial T^2} = 0 \quad (۳)$$

که در این روابط $W(X, T)$ تغییر مکان عرضی تیر و پارامترهای E و ρ به ترتیب مدول الاستیسیته و جرم واحد حجم مصالح را نشان می دهند.

البته همان طور که قبلاً نیز اشاره شد، تمام فرکانس های تخمینی حاصل از روش رایلی، بزرگ تر از مقدار دقیق خود هستند. حتی اگر مقدار دقیق فرکانس در دست نباشد (وضعیتی که در اغلب سیستم های پیچیده وجود دارد)، می توان ادعا نمود که کوچک ترین فرکانس حاصل دقیق ترین مقدار است. از این مفهوم می توان برای تعیین فرکانس دقیق سیستم دو درجه آزادی با حداقل کردن خارج قسمت رایلی برحسب متغیر تابع شکل، استفاده نمود.

حال این موضوع بررسی می گردد که در چه حالاتی میزان خطای این روش افزایش می یابد. آنچه تا به حال در تعیین تابع شکل روی آن تأکید داشتیم اقناع شرایط مرزی هندسی تابع شکل بود، اما به این نکته باید توجه داشت که اگر از تعادل تلاش ها در نقاط مرزی غافل شویم ممکن است تابع شکلی را انتخاب کنیم که نتیجه آن در روش رایلی با خطاهایی تا ۲۵ درصد را نیز در بر خواهد داشت.

۲-۱-۳- انتخاب تابع شکل

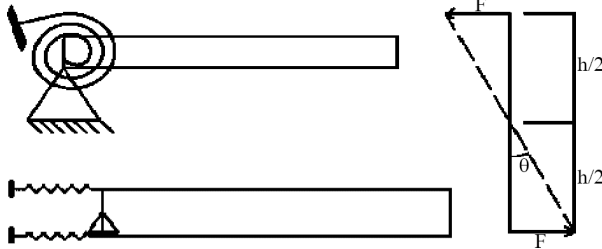
دقت فرکانس طبیعی به روش رایلی، بستگی کامل به تابع شکل مفروض برای بیان تقریبی شکل مود است. در حالت کلی هر تابع شکلی که شرایط مرزی تغییر شکل را برآورده سازد، می توان به عنوان تابع شکل انتخاب نمود. در این قسمت به این سؤال که چگونه می توان یک تابع شکل دقیق انتخاب نمود، پاسخ داده می شود.

برای این کار شناسایی شکل دقیق مودی مفید به نظر می رسد. در ارتعاش آزاد، تغییر مکان از رابطه هایی که ذکر شد و نیروهای نظیر از رابطه زیر به دست می آیند:

$$f(x) = -m(x)\ddot{u}(x) = \omega^2 u_0 m(x)\psi(x) \quad (۲)$$

که در آن $\psi(x)$ تابع شکل می باشد. اعمال استاتیکی نیروهای اینرسی فوق در هر لحظه، تابع شکلی مطابق رابطه بیان شده، ایجاد می کند. این مفهوم در تخمین تابع شکل دقیق کمک کننده نیست، زیرا خود نیروی های اینرسی شامل این مجهول هستند. لیکن رابطه فوق این مفهوم را دارد که تابع شکل تقریبی را

معادل‌سازی رفتار فنها همان‌طور که در شکل (۵) مشاهده می‌کنید، صورت می‌پذیرد. برای این منظور داریم:



شکل (۵): مدل کردن فنر خمشی با دو فنر انتقالی.

لنگر ایجاد شده در فنر خمشی برابر است با:

$$M_{\theta} = K_{\theta} \Delta\theta \quad (۴)$$

و برای فنر انتقالی داریم:

$$M_1 = 2F \frac{h}{2} \quad (۵)$$

که در آن F برابر است با:

$$F = K_1 \theta \frac{h}{2} \quad (۶)$$

با جایگذاری فرمول فوق و برابر قرار دادن دو لنگر خواهیم

داشت:

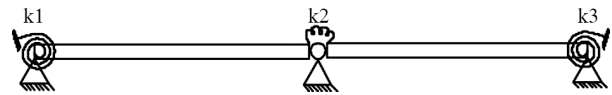
$$2K_1 \theta \left(\frac{h}{2}\right)^2 = K_{\theta} \theta \quad (۷)$$

$$K_{\theta} = 2K_1 \left(\frac{h}{2}\right)^2 \quad (۸)$$

که در رابطه فوق K_{θ} سختی فنر خمشی و K_1 سختی فنرهای انتقالی می‌باشد. در این مقاله با توجه به دقت قابل قبول روش دوم از این روش برای مدل‌سازی استفاده شده است. در جداول (۱) تا (۳) نتایج صحت‌سنجی رابطه به‌دست آمده از روش مستقیم برای پیدا کردن ضرایب مجهول را مشاهده می‌کنید.

۲-۴- صحت‌سنجی

در این بخش حل‌های بسته پیشنهادی را با ترکیب‌های مختلف هندسه تیر، اندازه و محل جرم متمرکز کنترل می‌کنیم. برای این منظور از مدل‌های دو بعدی اجزای محدود بهره می‌گیریم. در تمامی مدل‌ها خواص فولاد مشابه و به این شرح است.



شکل (۴): تیر با تکیه‌گاه آسیب‌دیده مدل شده با فنر خمشی.

همان‌طور که در شکل (۴) ملاحظه می‌کنید جابه‌جایی قائم

تیر مد نظر در نقاط مرزی برابر صفر و برای بیان تعادل لنگرها از روابط بنیادی مقاومت مصالح استفاده می‌کنیم.

۴- نتایج

۴-۱- مدل‌سازی فنر خمشی

۴-۱-۱- مدل کردن به کمک ورق

برای اضافه کردن فنر به مدل از یک ورق عمود بر تیر استفاده شده است. جرم مخصوص ماده نظیر این ورق برابر صفر در نظر گرفته شده است تا اینرسی حاصل از حرکت آن مدل را تحت تأثیر قرار ندهد. بدیهی است که اگر جرم برابر عددی غیر از صفر منظور گردد مدل‌های عددی از مدل‌های تحلیلی نرم‌تر خواهند بود. این شکل از مدل‌سازی مزایای دیگری هم دارد. از جمله این مزایا تطبیق هرچه بیشتر مسئله با مدل‌های واقعی و تحلیلی است. در واقع همان‌گونه که ناگفته پیداست در مسئله تیر تغییر شکل‌ها باید به‌گونه‌ای باشد که صفحات در طول تحلیل صفحه بمانند. حال آنکه اگر بر فرض با استفاده از مدل‌های پیشرفته‌تر در منظور کردن درجه آزادی پیچشی این مسئله در نظر گرفته شود باز هم با توجه به موضعی بودن فنر این مسئله محقق نمی‌شود. بنابراین در این مسئله خاص استفاده از ایده پیشنهادی معقول و منطقی است. سختی ورق کمکی نیز باید به‌گونه‌ای تعیین شود که تغییر شکل آن بسیار محدود باشد. در واقع این ورق باید به‌صورت صلب عمل کند و البته سختی آن به‌اندازه‌ای نباشد که مسئله را دچار ناپایداری عددی نماید.

۴-۱-۲- مدل‌سازی با فنر انتقالی

یک روش دیگر مدل‌سازی فنر پیچشی تبدیل آن به فنرهای انتقالی است. برای این مدل‌ها فنر پیچشی با فنرهای انتقالی جایگزین شده است. سختی فنرهای انتقالی با استفاده از

$$B = 12.5 \text{ mm}$$

$$H = 25 \text{ mm}$$

$$K_1 = K_3 = 3000 \text{ N.m / rad}$$

$$E = 210 \text{ Gpa}, 7860 \text{ Kg / m}^3, \nu = 0.3$$

(۹)

(۱۰)

خصوصیات مشترک هندسی مدل‌ها از این قرار هستند.

جدول (۱): نتایج حل مستقیم برای نسبت طول دهانه به عمق مقطع ۲۰.

خطا (%)	فرکانس اجزا محدود	فرکانس تحلیلی	K_3	K_2	K_1	L / H
۰/۰۹۰۲	۱۴۷۵/۵	۱۴۷۴/۱۷	۰/۰۱ EI	۰/۰۰۵ EI	۰/۰۱ EI	۲۰
۰/۰۳۹۹	۱۴۸۰/۷	۱۴۸۰/۱۱	۰/۰۵ EI	۰/۰۲۵ EI	۰/۰۵ EI	۲۰
۰/۲۱۰	۱۴۹۰/۶	۱۴۷۸/۴۸	۰/۱ EI	۰/۰۵ EI	۰/۱ EI	۲۰
۰/۱۹۳۰	۱۵۰۴/۸	۱۵۰۱/۹	۰/۲ EI	۰/۱ EI	۰/۲ EI	۲۰
۰/۰۷۱۳	۱۵۴۴/۹	۱۵۴۳/۸	۰/۵ EI	۰/۲۵ EI	۰/۵ EI	۲۰
۰/۰۰۲۵۴	۱۵۷۷/۰	۱۵۷۷/۴	۰/۷۵ EI	۰/۳۷۵ EI	۰/۷۵ EI	۲۰
۰/۰۸۰۸	۱۶۱۰/۱	۱۶۰۸/۸	EI	۰/۵ EI	EI	۲۰
۰/۰۰۵۸	۱۷۲۳/۷	۱۷۲۳/۸	۲ EI	EI	۲ EI	۲۰
۰/۲۵۷	۱۹۹۰/۴	۱۹۸۵/۳	۵ EI	۲/۵ EI	۵ EI	۲۰
۰/۰۰۸۸۲	۲۲۶۶/۷	۲۲۶۶/۵	۱۰ EI	۵ EI	۱۰ EI	۲۰
۰/۱۵۸	۳۱۱۱/۸	۳۱۰۶/۹	۱۰۰ EI	۵۰ EI	۱۰۰ EI	۲۰
۰/۲۴۸	۲۲۲۱/۵	۲۲۱۶	۱۰۰ EI	۰/۰۰۵ EI	۱۰۰ EI	۲۰
۰/۱۹۸	۱۸۷۰/۲	۱۸۶۶/۵	۱۰ EI	۰/۰۲۵ EI	۱۰ EI	۲۰
۰/۱۶۱	۱۷۳۸/۹	۱۷۳۶/۱	۵ EI	۰/۰۵ EI	۵ EI	۲۰
۰/۳۲۲	۱۶۱۸/۴	۱۶۱۳/۲	۲ EI	۰/۱ EI	۲ EI	۲۰
۰/۳۷۴	۱۵۸۴/۸	۱۵۷۸/۹	EI	۰/۲۵ EI	EI	۲۰

جدول (۲): نتایج حل مستقیم برای نسبت طول دهانه به عمق مقطع ۴۰.

خطا (%)	فرکانس اجزا محدود	فرکانس تحلیلی	K_3	K_2	K_1	L / H
۰/۰۵۴۲	۳۶۹	۳۶۸/۸	۰/۰۱ EI	۰/۰۰۵ EI	۰/۰۱ EI	۴۰
۰/۰۴۰۳	۳۷۱/۹	۳۷۲/۰۵	۰/۰۵ EI	۰/۰۲۵ EI	۰/۰۵ EI	۴۰
۰/۰۵۳۲	۳۷۵/۸	۳۷۶	۰/۱ EI	۰/۰۵ EI	۰/۱ EI	۴۰
۰/۰۲۶۱	۳۸۲/۷	۳۸۲/۸	۰/۲ EI	۰/۱ EI	۰/۲ EI	۴۰
۰/۰۴۹۷	۴۰۲/۲	۴۰۲/۴	۰/۵ EI	۰/۲۵ EI	۰/۵ EI	۴۰
۰/۰۴۸۰	۴۱۷/۳	۴۱۷/۱	۰/۷۵ EI	۰/۳۷۵ EI	۰/۷۵ EI	۴۰
۰/۰۶۹۶	۴۳۱/۲	۴۳۰/۹	EI	۰/۵ EI	EI	۴۰
۰/۱۰۵	۴۷۷/۷	۴۷۷/۲	۲ EI	EI	۲ EI	۴۰
۰/۰۵۳۰	۵۶۶/۸	۵۶۶/۵	۵ EI	۲/۵ EI	۵ EI	۴۰
۰/۰۱۵۵	۶۴۴/۴	۶۴۴/۳	۱۰ EI	۵ EI	۱۰ EI	۴۰
۰/۰۲۴۹	۸۰۴/۱	۸۰۳/۹	۱۰۰ EI	۵۰ EI	۱۰۰ EI	۴۰
۰/۱۰۶	۵۶۵/۱	۵۶۴/۵	۱۰۰ EI	۰/۰۰۵ EI	۱۰۰ EI	۴۰
۰/۰۵۹۸	۵۰۳	۵۰۲/۷۰	۱۰ EI	۰/۰۲۵ EI	۱۰ EI	۴۰
۰/۰۶۳۹	۴۶۹/۵	۴۶۹/۳	۵ EI	۰/۰۵ EI	۵ EI	۴۰
۰/۰۵۸۲	۴۳۰	۴۲۹/۷۵	۲ EI	۰/۱ EI	۲ EI	۴۰
۰/۰۱۲۰	۴۱۶/۶	۴۱۶/۶۵	EI	۰/۲۵ EI	EI	۴۰

جدول (۳): نتایج حل مستقیم برای نسبت طول دهانه به عمق مقطع ۱۰۰.

خطا (%)	فرکانس اجزا محدود	فرکانس تحلیلی	K_3	K_2	K_1	L / H
۰/۱۰۱	۵۹/۲۲	۵۹/۲۸	۰/۰۱ EI	۰/۰۰۵ EI	۰/۰۱ EI	۱۰۰
۰/۰۳۳۱	۶۰/۳۷	۶۰/۳۵	۰/۰۵ EI	۰/۰۲۵ EI	۰/۰۵ EI	۱۰۰
۰/۰۳۲۴	۶۱/۷۶	۶۱/۷۴	۰/۱ EI	۰/۰۵ EI	۰/۱ EI	۱۰۰
۰/۰۴۶۶	۶۴/۳۸	۶۴/۳۵	۰/۲ EI	۰/۱ EI	۰/۲ EI	۱۰۰
۰/۰۵۶۳	۷۱/۰۱	۷۱/۰۵	۰/۵ EI	۰/۲۵ EI	۰/۵ EI	۱۰۰
۰/۰	۷۵/۵۴	۷۵/۵۴	۰/۷۵ EI	۰/۳۷۵ EI	۰/۷۵ EI	۱۰۰
۰/۰۵۰۳	۷۹/۴۱	۷۹/۴۵	EI	۰/۵ EI	EI	۱۰۰
۰/۰۱۱۰	۹۰/۶۷	۹۰/۶۶	۲ EI	EI	۲ EI	۱۰۰
۰/۰۵۶۱	۱۰۶/۹۶	۱۰۶/۹	۵ EI	۲/۵ EI	۵ EI	۱۰۰
۰/۰۱۱۷	۱۱۷/۱۶	۱۱۷/۱۸	۱۰ EI	۵ EI	۱۰ EI	۱۰۰
۰/۰۶۸۵	۱۳۱/۵۵	۱۳۱/۴۶	۱۰۰ EI	۵۰ EI	۱۰۰ EI	۱۰۰
۰/۰۴۳۷	۹۱/۴۹	۹۱/۴۵	۱۰۰ EI	۰/۰۰۵ EI	۱۰۰ EI	۱۰۰
۰/۰۳۴۶	۸۶/۷۴	۸۶/۷۷	۱۰ EI	۰/۰۲۵ EI	۱۰ EI	۱۰۰
۰/۰۴۸۱	۸۳/۲۸	۸۳/۲۴	۵ EI	۰/۰۵ EI	۵ EI	۱۰۰
۰/۰۱۲۹	۷۷/۲۸	۷۷/۲۷	۲ EI	۰/۱ EI	۲ EI	۱۰۰
۰/۰۱۳۳	۷۵/۱۹	۷۵/۲	EI	۰/۲۵ EI	EI	۱۰۰

جدول (۴): نتایج صحت سنجی فرکانس تیر مدل شده با استفاده از روش رایلی.

خطا (%)	فرکانس اجزا محدود	فرکانس تحلیلی	K_2	L/H	m/M	I_m / L
۰/۰۰۸۱۷	۲۴۴/۷	۲۴۴/۶۸	۵۰۰	۲۰	۰/۰۲	۰/۲۵
۰/۰۰۸۲۵	۲۴۲/۴	۲۴۲/۴۲	۵۰۰	۲۰	۰/۰۲	۰/۵
۰/۰۰۴۰۸	۲۴۴/۸	۲۴۴/۸۱	۵۰۰	۲۰	۰/۰۲	۰/۷۵
۰/۰۴۱۴۶	۲۴۱/۱	۲۴۱/۲	۵۰۰	۲۰	۰/۰۵	۰/۲۵
۰/۰۸۴۸۹	۲۳۵/۴	۲۳۵/۶	۵۰۰	۲۰	۰/۱۰	۰/۲۵
۰/۰۳۱۶	۳۱۶/۴	۳۱۶/۵	۵۰۰	۱۵	۰/۰۲	۰/۲۵
۰/۰۰۹۷۷۹	۲۰۴/۵	۲۰۴/۵۴	۵۰۰	۲۵	۰/۰۲	۰/۲۵
۰/۰۱۲۳	۲۴۱/۷	۲۴۱/۷۳	۵۰	۲۰	۰/۰۲	۰/۲۵
۰/۰۴۱۴۶	۲۴۱/۱	۲۴۱/۲	۵۰۰	۲۰	۰/۰۲	۰/۲۵
۰/۰۰۳۷۲۲	۲۶۸/۶	۲۶۸/۶۱	۵۰۰۰	۲۰	۰/۰۲	۰/۲۵
۰/۰۵۹۲	۳۳۷/۴	۳۳۷/۶	۵۰۰۰	۲۰	۰/۰۲	۰/۲۵
۰/۰۲۰۴	۲۴۴/۷	۲۴۴/۶۵	۵۰۰	۲۰	۰/۰۲	۱/۲۵
۰/۰۱۲۴	۲۴۲/۴	۲۴۲/۴۳	۵۰۰	۲۰	۰/۰۲	۱/۵
۰/۰۲۴۴	۲۰۴/۵	۲۰۴/۵۵	۵۰۰	۲۵	۰/۰۲	۱/۲۵
۰/۰۴۹۷	۲۴۱/۱	۲۴۱/۲۲	۵۰۰	۲۰	۰/۰۵	۱/۲۵

چشم پوشی شده است، یعنی اینرسی دورانی آن برابر صفر در نظر گرفته شده است. در جدول (۴) نتایج صحت سنجی فرمول به دست آمده از روش رایلی را مشاهده می کنید.

لازم به ذکر است که هم در مدل تحلیلی و هم در مدل عددی، جرم متمرکز بر روی تار مرکزی تیر در نظر گرفته می شود و همچنین در هر دو مدل سازی از بعد هندسی جرم متمرکز

سختی در تکیه‌گاه‌ها افزایش یابد، میزان خطا افزایش می‌یابد. استدلالی که می‌توان از این بحث داشت این است که با توجه به نظر رایلی با ایجاد اختلاف سختی باعث می‌شود که شکل مود اصلی از مود اول فاصله می‌گیرد و این اختلاف باعث ایجاد خطا می‌شود. در واقع در صورت تقارن در سختی تکیه‌گاه‌ها مود اصلی سازه که اسکلت اصلی تابع شکل را می‌تواند برای ما روشن کند، به مود اول نزدیک‌تر می‌شود که فرض اولیه که برای تابع شکل داشتیم را قابل قبول‌تر می‌کند.

در بخش دوم که همان استخراج تابع فرکانس به کمک روش رایلی بود، همچون روش حل مستقیم تأثیر عوامل روی مود اصلی سازه میزان خطای نتایج را تغییر می‌دهد. در این بخش با اضافه کردن جرم آزمون در نقاط روی مود اصلی را متأثر است و ما در حل مستقیم تابع شکل در حالتی به دست آوردیم که جرم آزمون حضور ندارد و این موضوع باعث افزایش خطا با افزایش جرم آزمون می‌شود.

مراجع

- Chaudhari, T., & Maiti, S. (2000). A study of vibration of geometrically segmented beams with and without crack. *International Journal of Solids and Structures*, 37(5), 761-779.
- Dimarogonas, A.D. (1992). A brief history of rotor dynamics. In *Rotordynamics* (Vol. 92). Venice: Springer.
- Hale, D., Heald, J., & Shanna, S. (1984). Dynamic test of cracked pipe components. *J. Press. Vess. Technol.*, 106, 37-46.
- Hui, M., Jin, Z., Ziqiang, L., Long, Z., Yuzhu, G., & Bangchun, W. (2016). Analysis of the dynamic characteristics of a slant-cracked cantilever beam. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 75, 261-279.
- Isalik, A.M. (1967). Free vibrations of reinforced concrete bars with crack in flexure. *Sov. appl. Mech.*, 3, 71-73.
- Ku, D., & Chen, L. (1992). Dynamic stability of a shaft disk system with flaws. *Comput. Structures*, 43, 306-311.

توجه بیشتر به نتایج به دست آمده نشان داد که با افزایش جرم متمرکز خطا نیز افزایش می‌یابد زیرا با افزایش جرم، شکل مودها در حضور و بدون حضور جرم آزمون فاصله بیشتری از یکدیگر می‌گیرند. فرکانس‌های به دست آمده از این روش، همان‌طور که نشان داده شد، از تطابق بسیار خوبی با نتایج به دست آمده از مدل‌های عددی دارد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله گرچه مدل ساده‌ای از سازه مورد بررسی قرار گرفته بود، اما با توجه به نوپا بودن این بحث قطعاً در آینده برای مدل‌های بسیار پیچیده‌تر و نزدیک‌تر به سازه‌های واقعی به همین مدل‌های ابتدایی نیازمند خواهیم بود. علاوه بر مطالب بیان شده، در این مقاله مشاهده کردیم با وجود اینکه بررسی آسیب در تکیه‌گاه بسیار در پایداری کلی سازه اهمیت دارد و ظاهر مسئله دشوار به نظر می‌رسد، اما به کمک روابط ساده و قابل اعتماد دینامیک سازه می‌توانیم به شناخت مناسبی از آسیب دست پیدا کنیم. سازه مد نظر ما در این مقاله با سه تکیه‌گاه آسیب‌دیده می‌تواند مدل مناسب‌تری باشد نسبت به مدل‌های ارائه شده قبلی که عموماً به صورت کنسول و یا تیرهای یک دهانه بودند. گرچه با اضافه شدن دهانه‌ها و استفاده از معادله مشخصه ماتریس ضرایب برای به دست آوردن تابع شکل، بسیار دشوار خواهد شد و می‌طلبد که در این بخش به دنبال روشی جایگزین و سهل‌تر باشیم.

از دیگر نکات این مقاله بررسی مستقیم میزان آسیب است، آنچه تا به امروز بیشتر در حوزه ردیابی آسیب مد نظر بوده تفسیری از میزان آسیب از تغییر میزان فرکانس و یا بررسی روند تغییرات شکل مود بوده است. در این تحقیق ما با در دست داشتن فرکانس سازه آسیب‌دیده به کمک روش‌هایی که بیان شد، میزان کاهش سختی را به دست می‌آوریم.

در بخش حل مستقیم که به منظور یافتن تابع شکل مناسب است، نتایج خطای قابل قبولی داشته؛ اما اگر به روند نتایج توجه شود متوجه می‌شویم که خطای این روش با افزایش اختلاف

Determining the Amount of Damage of Two-Span Beams Using Rayleigh's Method

Saber Soleymaninasab¹ and Fereydoon Omidinasab^{2*}

1. M.Sc. Student, Engineering Faculty, Lorestan University, Khorramabad, Iran
2. Associate Professor, Engineering Faculty, Lorestan University, Khorramabad, Iran,
*Corresponding Author, email: sabersoleymaninasab@gmail.com

In modern societies, the importance of financial and temporal resources is evident and has received attention in recent decades, and it is predicted that such importance increases with time. Structural health monitoring and crack detection are two topics in the field of civil engineering, which two areas have a key role and is considered almost new knowledge in civil engineering. In this project, we will try to use basic structural dynamics relations and strength of materials to achieve a better understanding of structural damage. In fact, this project offers a practical method that uses natural frequency to help identify the rate of damage to the support, which can help structural improvement. In this method, the only requirement is to obtain frequency from the structure and there is no need for structural control and permanent presence of manpower. As you will see, dynamic parameters have a strong role in this regard. What makes structural health and crack detection in particular both interesting and hard is significant uncertainty of structural damage. In fact, much uncertainty is involved in formation of structural damage and its detection and repair, which makes it a hard task with a high computational cost. Despite all these problems, due to importance of structural health monitoring and attempt to make most of available resources, many researches have been done in this regard and certainly the costs of knowledge of structural damage is much less than the material and non-material damages of incidents in communities.

Although we studied a sample model of structure, given this discussion is newly emerged, this elementary model will be needed in future for much more complicated models that are closer to real structures. Besides the above said, we saw in this project that despite study of damage to supports is very important in overall stability of structure and seems a difficult problem, a good knowledge of damage can be obtained using simple and reliable relations. The structure studied in this project that had three damaged supports can provide a better model, compared to previous ones, which were mostly in form of console or single-opening beams. However, addition of openings and use of characteristic coefficients matrix equation to obtain shape function will be very hard and requires that we look for a simpler alternative method in this section. The other points of this project include direct study of level of damage. What has been sought so far rather in the area of damage detection includes an interpretation of the level of damage through variations of frequency or study of trend of variations of mode shape. In this project, having obtained the frequency of damaged structure using the said method, we obtained level of stiffness reduction.

As for direct solution, which is aimed to find proper shape function, acceptable results were obtained. But the trend of results shows that error of this method increases as difference of stiffness of supports increases. It can be inferred that, given Rayleigh's opinion, difference of stiffness cause the main mode to take distance from the first mode and such difference results in error. In fact, if stiffness of supports is symmetric, the main mode of the structure, which unveils the main structure of the shape function, gets closer to the first mode, which makes the initial assumption for shape function more acceptable.

In the second part, which is derivation of frequency function with the aid of Rayleigh method, as is the case with direct solution method, the effect of factors of the main mode of structure changes the error level of the results. In this part, by addition of test mass at points on the main mode. In direct solution, we obtained the shape function in absence of test mass, which causes error to increase with test mass.

Keywords: Boundary Conditions, Structural Dynamics, Damaged Support, Rayleigh Method, Direct Solution.