تاریخ دریافت: ۹۵/۰۹/۰۲
تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۵/۰۷

یک روش جدید برای انتخاب پارامتر برش در روش منظم‌سازی تفکیک طیفی

ابراهیم ترکانلو
دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی زلزله، دانشکده مهندسی عمران و محیط‌زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

ناصر خاجی (نویسنده مسئول)
استاد، گروه مهندسی زلزله، دانشکده مهندسی عمران و محیط‌زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
nkhaji@modares.ac.ir

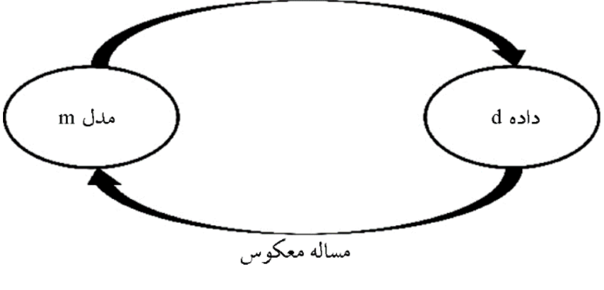
چکیده

برخلاف روش‌های محاسباتی نرم که نتایجی تقریبی از یک مسئله معکوس ارائه می‌دهند، روش‌های محاسباتی سخت به دلیل یافتن نتایج نسبتاً دقیق‌تر، در مسائل معکوس مهندسی به‌وفور استفاده می‌شوند. روش‌های منظم‌سازی یکی از ابزارهای رایج در رفع بدخیمی موجود در این‌گونه مسائل هستند. استفاده از این روش‌ها به سبب عدم نیاز به اطلاعات اولیه، در مسائل معکوس بسیار مورد توجه هستند. در این مقاله، روش مرسوم جهت برش‌زدن تعداد مدهای درگیر در پاسخ نهایی مسئله بررسی شده و یک روش جدید برای برش‌زدن مناسب‌تر این پارامتر در روش تفکیک طیفی ارائه شده است. استفاده از روش تفکیک طیفی نتایج قابل قبولی، به‌ویژه در مناطقی که تراکم و دقت داده کم باشد، ارائه می‌کند. در این مقاله، با استفاده از روش پیشنهادی، پاسخ‌ها در دو حالت داده دقیق و داده دارای خطا برای روش تفکیک طیفی محاسبه شده‌اند. روش تفکیک طیفی شبیه به روش تجزیه مقادیر تکین بوده که در حل مسائل مهندسی بسیار استفاده می‌شود. برای بررسی کارایی روش پیشنهادی، نتایج آن برای دو گسل مفروض در حالات دو بعدی و سه‌بعدی ارائه شده است. پاسخ‌های به‌دست‌آمده نمایانگر دقت مناسب روش در برش‌زدن پارامتر مربوطه حین انجام تحلیل معکوس است؛ بنابراین نگارندگان استفاده از این روش را در حل مسائل معکوس مربوط به گسلش پیشنهاد می‌کنند.

واژگان کلیدی: حل معکوس، منظم‌سازی، تفکیک طیفی، تجزیه مقادیر تکین، پارامتر برش.

۱- مقدمه

به کمک تئوری‌های فیزیکی و توسط یک مدل فیزیکی کامل توصیفی، می‌توان خروجی‌های مدل مزبور را اندازه‌گیری کرد. این مسئله یک مسئله مدل‌سازی شده، مسئله شبیه‌سازی شده[1] و یا مسئله مستقیم[2] نامیده می‌شود. از سوی دیگر، مسئله معکوس[3] شامل استفاده از نتایج واقعی برخی از اندازه‌گیری‌ها، برای به دست آوردن و تفسیر پارامترهایی است که سیستم را توصیف می‌کنند [۱]. اکثر مسائل مهندسی ذاتاً مسائل معکوس هستند؛ اما ازآنجاکه در حالت ایده‌آل و ساده شده می‌توانند به‌صورت مستقیم فرمول‌بندی شوند، به‌ندرت به‌صورت معکوس حل می‌شوند [۲]. مسئله مستقیم دارای جوابی یکتاست، درحالی‌که مسئله معکوس می‌تواند تعداد بی‌نهایت پاسخ داشته باشد و یا اصلاً پاسخی برای سیستم وجود نداشته باشد [۳]. شکل (۱) به‌صورت ساده مسئله مستقیم و مسئله معکوس و تفاوت آنها را در استفاده از مدل و داده نشان می‌دهد.



شکل (۱): تعریف ساده مسئله مستقیم و معکوس [۴].

یکی از مهم‌ترین اهداف معکوس‌سازی ژئوفیزیکی و مهندسی زلزله یافتن مدل‌هایی برای شرح آنچه در سطح زمین مشاهده می‌شود و ارائه پاسخ‌هایی برای آنهاست [۵]. به‌عنوان‌مثال تعیین نابجایی[۴] روی سطح گسل‌ها، تعیین تنش‌های زمین‌ساختی صفحات، تعیین توزیع چگالی و القای الکترومغناطیسی پوسته و غیره از این گروه مسائل در ژئوفیزیک و مهندسی زلزله می‌باشند [۶].

مسائل معکوس را در حالت کلی می‌توان به دو دسته تقسیم نمود. در گروه اول مسائل معکوس، مدل و خروجی مشخص است و مسئله معکوس برای یافتن ورودی فرمول‌بندی می‌شود. یکی از مشخصه‌های مهم این نوع مسائل این است که غالباً از لحاظ ریاضی پاسخ یکتا ندارند. به این معنی که خروجی اندازه‌گیری شده (پاسخ) سیستم ممکن است اطلاعات کافی برای تعیین ورودی سیستم را در اختیار ما قرار ندهد [۲]. در گروه دوم مسائل، ورودی و خروجی مشخص بوده و مسئله معکوس جهت یافتن مدل سیستم فرمول‌بندی می‌شود. از این گروه از مسائل به‌عنوان تعیین سیستم[۵] نیز یاد می‌شود. به‌صورت مشابه، ورودی و پاسخ اندازه‌گیری شده سیستم، ممکن است اطلاعات کافی برای تعیین یکتای مدل سیستم در اختیار ما قرار نداده و همچنین ممکن است پاسخ‌های زیادی برای ارضای مسئله وجود داشته باشد [۲].

در اوایل قرن بیستم، هادامارد اولین کسی بود که بحث دستگاه‌های معادلات خوش‌خیم و بدخیم[۶] را مطرح نمود. هادامارد سه شرط وجودیت، یکتایی و پایداری را برای مسائل خوش‌خیم[۷] تعریف نمود. در حال حاضر عبارت بدخیمی غالباً برای مسائلی به‌کار می‌رود که شرط پایداری پاسخ را ارضا نمی‌کنند [۷]. از آنجایی‌که در مسائل معکوس مورد بررسی در پژوهش‌های مربوط به زلزله، داده‌های مورد استفاده در نقاط محدودی اندازه‌گیری می‌شوند، این مسائل غالباً بدخیم هستند، به این معنا که تغییر کوچک در داده‌ها منجر به ایجاد تغییر بزرگ در پاسخ مورد نظر خواهد شد [۸]. در حقیقت در مسائل مورد بحث شرط پایداری و گاهی اوقات شرط یکتایی از شرایط مفروض هادامارد ارضا نمی‌شود. مسئله بدخیمی در حل مسائل معکوس، استفاده‌کنندگان را مجاب به انتخاب روشی برای حل مسائل می‌کند که این بدخیمی را به‌صورت قابل اعتماد حل کند.

برای حل مسائل معکوس، دو گروه عمومی با نام‌های روش‌های محاسباتی نرم[۸] و روش‌های محاسباتی سخت[۹] وجود دارد. روش‌های محاسباتی نرم بر پایه رفتارهای بیولوژیکی موجود در طبیعت و راهبردهایی که طبیعت برای حل مشکلات خود برگزیده است، گسترش یافته‌اند. از طرفی دیگر، روش‌های محاسباتی سخت، اصولاً بر پایه مجموعه‌ای از مبانی ریاضی توسعه یافته‌اند [۲]. از میان روش‌های محاسباتی نرم، می‌توان به شبکه‌های عصبی مصنوعی[۱۰]، الگوریتم ژنتیکی[۱۱] و منطق فازی[۱۲] اشاره کرد. از میان روش‌های محاسباتی سخت می‌توان به روش‌های مبتنی بر کاهش مجهولات، روش‌های مبتنی بر تکرار و روش‌های منظم‌سازی[۱۳] اشاره کرد [۳]. تفاوت عمده این روش‌ها در این است که روش‌های محاسباتی سخت به دنبال یافتن پاسخ دقیق مسئله هستند، درحالی‌که روش‌های محاسباتی نرم به دنبال یافتن پاسخ تقریبی مسئله هستند [۹]. روش‌های مبتنی بر ریاضیات یا همان روش‌های محاسباتی سخت از دقت، جامعیت و یکتایی تابعی برخوردار بوده و در مقابل روش‌های مبتنی بر رفتار طبیعت یا همان روش‌های محاسباتی نرم از این ویژگی‌ها برخوردار نیستند [۲].

همان‌طور که اشاره شد غالب مسائل معکوس بدخیم هستند. این موضوع به این علت است که در بیشتر موارد ماتریس‌های مورد استفاده دارای تکینگی عددی[۱۴] یا تکینگی ماتریسی[۱۵] هستند (به این معنا که مقادیر ویژه بسیار کوچک دارند). از طرفی دیگر بدخیمی موجود در مسائل مورد بحث محاسبات عددی را بسیار دشوار می‌سازند. جهت غلبه بر این بدخیمی روش‌های مختلفی ارائه شده است. یکی از این روش‌ها منظم‌سازی است. ایده اصلی روش‌های منظم‌سازی جایگزین کردن شرایط بدخیمی مسئله با یک مسئله تقریباً خوش‌خیم است؛ به صورتی که بتواند حل مناسبی ارائه دهد [۱۰]. این تکنیک‌ها معمولاً برای

به دست آوردن پاسخ‌های پایدار استفاده می‌شوند. برخی از معروف‌ترین این روش‌ها عبارتند از: روش شبه‌معکوس‌سازی، روش منظم‌سازی تیخونوف، تجزیه مقادیر تکین [۱۱].

روش تجزیه مقادیر تکین[۱۶] روشی قدرتمند برای یافتن بدخیمی و حل آن به‌صورت مناسب است. در کنار این روش، هوری [۶] روش تفکیک طیفی[۱۷] را که شبیه به روش تجزیه مقادیر تکین است به‌عنوان یک روش منظم‌سازی معرفی کرده است. به علت حجیم بودن برخی معادلات مربوط به این روش‌ها به فرمولاسیون کامل روش‌ها اشاره نخواهد شد و به‌صورت گذرا به روش پیشنهادی پرداخته شده و سپس به روش پیشنهادی جهت تعیین پارامتر برش پرداخته می‌شود.

۲- روش‌های منظم‌سازی

مثال کلاسیک یک مسئله معکوس معادله انتگرالی (۱) است. از طرفی در غالب مسائل، خصوصاً در مسائل مربوط به مهندسی زلزله و ژئوفیزیک عبارت $g(x,y)$ که از آن با عنوان تابع گرین[۱۸] یا تابع هسته[۱۹] یاد می‌شود، به‌صورت فرم تحلیلی بسته موجود نیست. لذا در این شاخه‌ها با معادله انتگرالی (۱) به‌صورت معادله ماتریسی (۲) برخورد می‌شود. شکل (۲) شرایط مسئله مورد نظر را به‌صورت ساده نمایش می‌دهد.

$$u(x) = \int_F g(x,y)p(y)dy \qquad (۱)$$

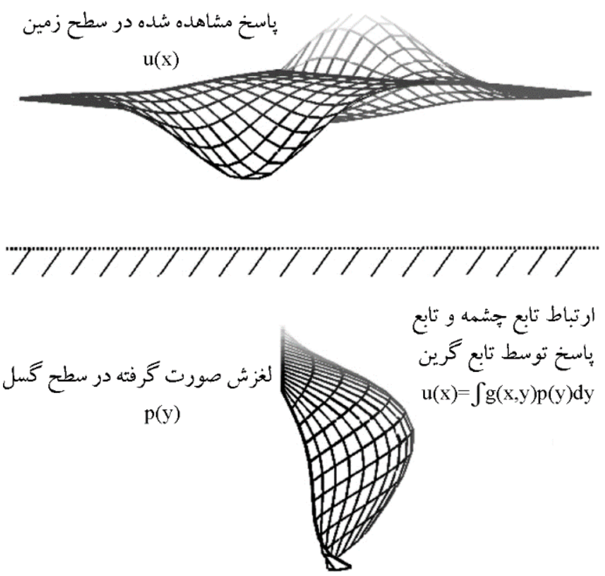
$$[U_i] = [G_{ij}][P_j] \qquad (۲)$$

که در معادله (۲)، U_i، P_i و G_{ij} قسمت‌هایی از u، p و g به‌صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} U_i = u(x_i) \\ G_{ij} = g(x_i, y_j) \\ P_j = p(y_j) \end{cases} \qquad (۳)$$

اولین مشکل موجود در روش‌های معمول حل مسائل معکوس این است که نقاط اندازه‌گیری (همان x_i و y_i ها) باید از قبل مشخص باشند. در حقیقت مکان در اختیار داشتن داده‌ها و تعداد داده‌ها به‌صورت مستقیم در روند مسئله تأثیر می‌گذارد.

حال آنکه در روش تفکیک طیفی که هوری [۶] آن را معرفی کرده است، این مشکل وجود ندارد.



شکل (۲): شرایط مسئله لغزش گسل و نحوه ایجاد پاسخ در سطح زمین [۸].

همان‌طور که ذکر شد روش‌های منظم‌سازی به دنبال رفع بدخیمی موجود در مسئله هستند. در مسائلی مانند معادله ماتریسی (۲)، بدخیمی به سبب کوچک بودن مقادیر ویژه و بزرگ بودن عدد شرط ماتریس [G] به وجود می‌آید.

در روش تفکیک طیفی، تابع $g(x,y)$ موجود در معادله (۱) به‌صورت مجموع بی‌نهایت حاصل‌ضرب دو تابع با نام‌های توابع چشمه[۲۰] و پاسخ[۲۱] و یک عدد به نام مقدار ویژه[۲۲] بازنویسی می‌شود. در این روش، از داده‌ها به‌صورت مستقیم در حل مسئله معکوس استفاده نمی‌شود. بنابراین مشکل موجود در کیفیت و تعداد داده‌ها و همچنین خطای[۲۳] موجود در آنها قابل حل است. با استفاده از این روش، ابتدا یک تابع پاسخ از داده‌ها پیش‌بینی شده و سپس تابع چشمه توسط این تابع پاسخ محاسبه می‌شود. این دو گام تحت عنوان برآورد[۲۴] و نگاشت وارون[۲۵] یاد خواهند شد.

همان‌طور که ذکر شد در روش تفکیک طیفی، تابع g می‌تواند به‌صورت یک سری از مقادیر ویژه λ^α و توابع ویژه چشمه ψ^α و پاسخ ϕ^α مجزا، به‌صورت زیر بیان شود:

$$g(x,y) = \sum_{\alpha=1}^{\infty} \lambda^\alpha \phi^\alpha(x) \psi^\alpha(y) \qquad (۴)$$

مقادیر ویژه و توابع ویژه تفکیک طیفی، توسط حل مسئله مقدار ویژه عملگری دو عملگر خود الحاق[۲۶] از g به‌صورت معادله (۵) به دست آمده و مسئله عملگری مقدار ویژه به‌صورت معادله(۶) قابل بیان است:

$$\begin{cases} r(x,x') = \int_F \; g(x,y)g(x',y)dy \\ l(y,y') = \int_S \; g(x,y)g(x,y')dx \end{cases} \quad (۵)$$

$$\begin{cases} \lambda^2\phi(x) = \int_S \; r(x,x')\phi(x')dx \\ \lambda^2\psi(y) = \int_F \; l(y,y)\psi(y')dy \end{cases} \quad (۶)$$

حتی اگر g به‌صورت صریح و در فرم تحلیلی بسته بیان شده باشد، حل تحلیلی معادلات فوق بسیار دشوار است. لذا نیاز است معادله فوق به‌صورت عددی حل شود.

وقتی تفکیک طیفی تابع گرین معین باشد، تابع چشمه و تابع پاسخ می‌توانند به‌صورت ترکیبی خطی از توابع ویژه ϕ^α و ψ^α، همانند معادله(۷) بیان شوند:

$$\begin{cases} u = \sum_{\alpha=1}^{\infty} u^\alpha\phi^\alpha \\ p = \sum_{\alpha=1}^{\infty} p^\alpha\psi^\alpha \end{cases} \quad (۷)$$

که در آن، هر جفت p^α و u^α از طریق مقادیر ویژه به‌صورت p^α $u^\alpha = \lambda^\alpha$ به هم مرتبط می‌شوند.

عملگر معکوس g به‌صورت فرمولی به شکل معادله(۸) تعریف می‌شود.

$$h(x,y) = \sum_{\alpha=1}^{\infty}(\frac{1}{\lambda\alpha})\phi^\alpha\,\psi^\alpha \quad (۸)$$

هرچند سری بی‌نهایت معادله(۸) به علت واگرایی $\frac{1}{\lambda\alpha}$ با افزایش α بی‌معناست، اما در قسمت بعد با برش زدن[۲۷] این سری به حل این موضوع پرداخته خواهد شد. اگر دقت اندازه‌گیری محدود شود، تنها مقادیر محدودی از u^α ها که مربوط به ϕ^α هایی از λ^α های به مقدار کافی بزرگ هستند، قابل تعیین خواهند بود. چنین مدهایی از ϕ^α، مدهای قابل اندازه‌گیری[۲۸] نامیده می‌شوند. موضوع تحقیق این مقاله نیز نحوه برش زدن مناسب این پارامتر است.

پس از این‌که K تعیین شد، می‌توان گفت پاسخ قابل اندازه‌گیری به‌صورت معادله(۹) قابل بیان است.

$$u = \sum_{\alpha=1}^{K} u^\alpha\phi^\alpha \quad (۹)$$

که در آن $\{u^1,\dots u^k\}$ یک سری ضرایب مجهول هستند. جهت تعیین این ضرایب، از کمینه کردن خطای بین داده‌های موجود و توابع پاسخ استفاده می‌شود. در حقیقت برای داده‌های معین $\{U^A\}$، این ضرایب با حداقل‌کردن تفاضل مربعات[۲۹] بین پاسخ فرض شده و داده‌ی اندازه‌گیری شده به‌صورت زیر تعیین می‌شوند:

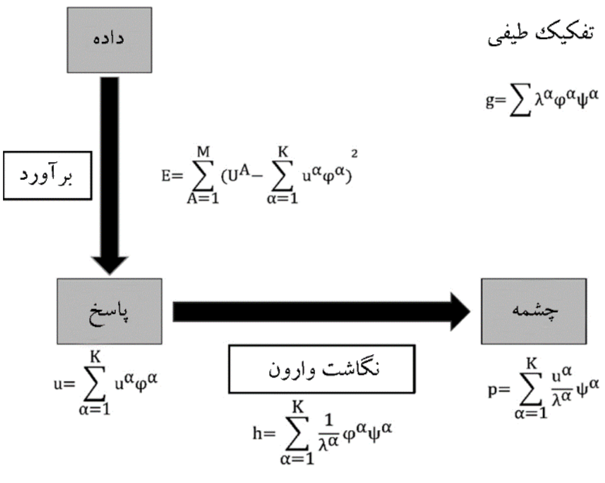
$$E(\{u^1,\dots,u^k\}) = \sum_{A=1}^{M}\left(U^A - \sum_{\alpha=1}^{K} u^\alpha\phi^\alpha\,(x^A)\right)^2 \quad (۱۰)$$

که معادله اخیر بیانگر گام برآورد از داده‌ی معین موجود به پاسخ است.

برای پاسخ برآورده شده‌ی $u = \sum_{\alpha=1}^{K} u^\alpha\phi^\alpha$ عملگر معکوسی از g توسط برش زدن سری بی‌نهایت $\frac{1}{\lambda\alpha}\phi^\alpha\psi^\alpha$ تا α=K، یعنی $h(x,y) = \sum_{\alpha=1}^{K}\left(\frac{1}{\lambda\alpha}\right)\phi^\alpha(x)\,\psi^\alpha(y)$، قابل تعیین خواهد بود. نگاشت وارون از طریق این $h(x,y)$ فرمول‌بندی شده و لغزش روی سطح چشمه (یا گسل) به کمک معادله زیر پیش‌بینی می‌شود:

$$p(y) = \sum_{\alpha=1}^{K}\frac{u^\alpha}{\lambda^\alpha}\psi^\alpha(y) \quad (۱۱)$$

شکل (۳) فرمولاسیون روش تحلیل معکوس، شامل برآورد از داده به پاسخ توسط معادله(۱۰) و نگاشت وارون از پاسخ به چشمه توسط معادله(۱۱) را خلاصه می‌سازد.

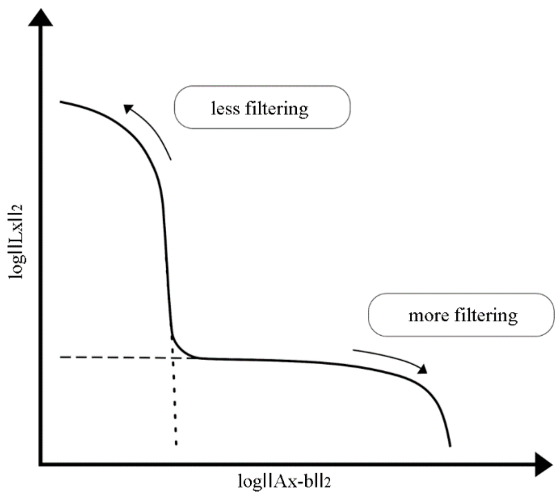


شکل (۳): خلاصه روش تحلیل معکوس به روش تفکیک طیفی [۸].

همان‌گونه که در فرمولاسیون روش‌های فوق دیده شد، برش‌زدن مناسب روش‌های منظم‌سازی به‌صورت مستقیم در پاسخ نهایی تأثیرگذار خواهد بود. بنابراین در قسمت بعد به روش منحنی L-شکل که در مسائل معکوس استفاده می‌شود اشاره مختصری خواهد شد و سپس روش پیشنهادی این مقاله تشریح خواهد شد.

۳- تعیین پارامتر برش با استفاده از منحنی L- شکل

روش منحنی L- شکل اولین بار توسط هنسن [۱۲] ارائه و مطرح شد. طبق نظریه منحنی L- شکل جهت تخمین پارامتر برش و یا همان تعداد مدها در روش تفکیک طیفی، یک منحنی که شامل دو محور عمود بر هم است، ترسیم می‌شود. در این منحنی محور عمودی $\|AX-B\|^2$ و محور افقی $\|X\|^2$ است، که به‌ازای مدهای مختلف محاسبه می‌شود. در عبارت‌های اخیر، علامت $\|\cdot\|^2$ بیانگر نرم قاعده L_2 عبارت مورد نظر است. همان‌گونه که از اسم منحنی L- شکل برمی‌آید، خاصیت پایه‌ای مهم آن، وضعیت L- شکل آن می‌باشد، که از دو قسمت نسبتاً عمودی و افقی تشکیل می‌شود [۳]. طبق تعریف، تعداد مدها (پارامتر تنظیم در دیگر روش‌های منظم‌سازی) نقطه‌ای از منحنی با بیشترین انحنا است. شکل (۴) نمونه‌ای از منحنی L-شکل استفاده شده در تعیین پارامتر تنظیم است.



شکل (۴): منحنی L- شکل که جهت تخمین پارامتر برش به‌کار می‌رود [۱۲].

اما چرا نمی‌توان از روش منحنی L- شکل در روش تفکیک طیفی استفاده نمود؟ همان‌طور که ذکر شد، محور عمودی منحنی L- شکل توسط $\|AX-B\|^2$ محاسبه می‌گردد. در این معادله اندازه بردارهای AX و B یکسان است. در حقیقت پاسخ‌های سطح زمین در همان نقاطی محاسبه می‌شوند که داده‌های واقعی قرار است اندازه‌گیری شوند. حال آنکه در روش تفکیک طیفی جهت محاسبه محور عمودی باید معادله $\left\|\int_F g(x,y)p(y)dy-U^A\right\|^2$ محاسبه گردد. نکته قابل‌توجه این است که نقاط اندازه‌گیری به انتخاب فضای پاسخ یا همان فضای داده ارتباطی ندارد، بنابراین در این روش لزوماً تعداد نقاط اندازه‌گیری با تعداد داده برابر نیست، بنابراین اندازه $\int_F g(x,y)p(y)dy$ و U^A یکسان نیست. لذا نوشتن معادله‌ای به‌صورت $\|AX-B\|^2$ برای روش تفکیک طیفی بی‌معناست. بنابراین استفاده از روش‌های دیگر امکان‌پذیر نیست.

با توجه به توضیحاتی که در بالا داده شد، نگارندگان در صدد یافتن روشی جدید جهت تخمین پارامتر برش در حل مسائل معکوس برآمدند.

۴- روش پیشنهادی برای تعیین پارامتر برش

همان‌گونه که از آمار و احتمالات به یاد داریم، واریانس نوعی سنجش پراکندگی است. واریانس نشان‌دهنده‌ی نحوه‌ی توزیع داده‌ها حول میانگین است. واریانس یک سری داده، یک عدد است. واحد این عدد مربع یکای کمیت است. به‌عنوان‌مثال اگر کمیت داده‌های مورد نظر از جنس طول باشد، یکای واریانس از جنس مربع طول خواهد بود. درحالی‌که واریانس داده‌ها بیانگر نحوه توزیع داده‌ها حول یک مقدار با نام میانگین است، میانگین تنها مکان توزیع را نشان می‌دهد. واریانس با استفاده از معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2 \qquad (۱۲)$$

که در آن $\bar{x}$ میانگین داده‌های مورد نظر است و با استفاده از معادله زیر محاسبه می‌گردد:

$$\bar{x}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_N}{N} \qquad (۱۳)$$

همان‌گونه که می‌دانیم ریشه دوم واریانس، انحراف معیار نام داشته و دارای واحدی یکسان با کمیت داده‌های مورد نظر است.

در یکی از روش‌های بررسی شده توسط نگارندگان، واریانس داده‌های پاسخ پیش‌بینی‌شده عمود بر تعداد مدها ترسیم شد. مشکل موجود در این روش این بود که به علت بزرگ بودن (یا مرتبه بالای)

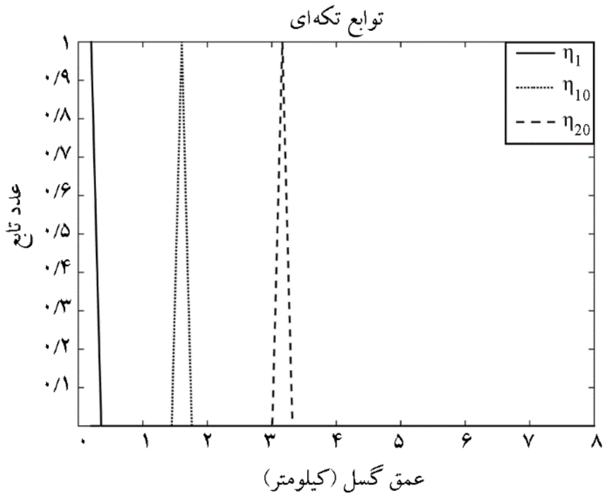
اعداد واریانس به‌دست‌آمده، شکل بسیار نامنظم و پراکنده ترسیم شـده و امکان انتخاب تعداد مدها با اسـتفاده از این روش وجود نداشت. بنابراین در تلاش بعدی لگاریتم واریانس داده‌های پاسخ پیش‌بینی‌شده عمود بر تعداد مدها ترسیم شد. تفسیر چنین شکلی به‌مراتب ساده‌تر از حالت قبل بود. تا زمانی که لگاریتم واریانس داده‌ها حول یک مقدار نوسان می‌کنند، می‌توان نتیجه گرفت پاسخ‌های پایداری در حال تولید شدن هستند. حال ممکن است در شکل به‌دست‌آمده چندین پله و نوسان حول یک مقدار دیده شود. بنابراین هر پله را می‌توان به‌عنوان پاسخی پایدار در نظر گرفت، ولی همان‌طور که قبلاً ذکر شد، مقادیر ویژه به‌سرعت کاهش می‌یابند و این کاهش باعث به وجود آمدن ناپایداری در پاسخ پیش‌بینی شده با استفاده از معادله(۱۱) می‌باشد. بنابراین در این مقاله، با الهام گرفتن از روش منحنی L- شکل عدد مرتبط با اولین پرش به‌عنوان تعداد مناسب مدها انتخاب شده است. حساسیت پاسخ‌ها در برابر انتخاب تعداد مدها در قسمت بعد همراه با مثال‌هایی بررسی شده است.

لازم به توضیح است تعداد حداکثر مدهایی که می‌توانند در محاسبه چشمه دخیل باشند، به دو عامل بستگی دارد: اول، تعداد نقاط اندازه‌گیری تغییر شکل‌های سطح زمین (تعداد داده‌ها)، و دوم، تعداد توابع استفاده شده در انجام تفکیک طیفی. در مورد اول حل یک دستگاه چند معادله چند مجهولی، آن هم زمانی که تعداد مجهولات بیشتر از تعداد داده‌ها است، کار بسیار دشواری است. در مورد دوم، اشاره به این موضوع که تعداد مقادیر ویژه محاسبه شده رابطه‌ی مستقیم با تعداد توابع استفاده شده برای انجام تفکیک طیفی دارد، مناسب است. از طرف دیگر چون تعداد توابع ویژه (تعداد اشکال مدی) مرتبط با تعداد مقادیر ویژه است، تعداد مدها نمی‌تواند بیشتر از تعداد توابع مورد استفاده در تفکیک طیفی باشد. بنابراین، در نظر گرفتن این دو مورد در محاسبه تعداد مناسب مدهای دخیل در تشکیل پاسخ نهایی از اهمیت بالایی برخوردار است.

۵- کاربرد روش پیشنهادی

جهت نشان دادن مزایای روش پیشنهادی و قابلیت‌های آن جهت تخمین پارامتر برش، به حل چند مسئله نمونه با توابع گرین متفاوت و بردارهای بارگذاری مختلف پرداخته می‌شود. در این مسائل جهت استفاده از روش حل معکوس از داده‌های مصنوعی تولید شده توسط بردار بارگذاری مفروض و تابع گرین عددی یا تحلیلی استفاده شده، و بنابراین، این داده‌ها کاملاً دقیق هستند.

توابع گرین مورد استفاده و شرایط محیط در هر شکل همراه با پاسخ حل معکوس، نشان داده شده‌اند. جهت انجام دادن تفکیک طیفی از توابع تکه‌ای ساده همانند شکل (۵) استفاده شده است. سه تابع از مجموعه توابع مورد استفاده، در این شکل نشان داده شده‌اند. این توابع در غالب نقاط صفر بوده و فقط در برخی نقاط دارای مقدار غیر صفر هستند. استفاده از این روابط به دلیل کم کردن حجم انتگرال‌گیری عددی موجود در روش می‌باشد.

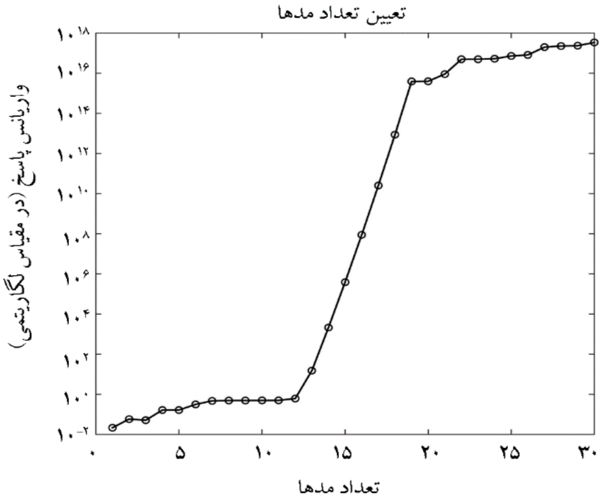


شکل (۵): استفاده از توابع تکه‌ای جهت کم کردن حجم انتگرال‌گیری عددی در حل معکوس.

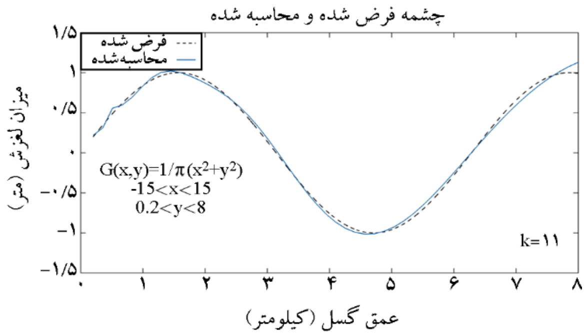
همان‌طور که در قسمت قبل به آن اشاره شد، واریانس یک شاخص پراکندگی است و نحوه‌ی توزیع داده‌ها حول یک مقدار با نام میانگین را نشان می‌دهد. حال اگر برای پاسخ واریانس را محاسبه نماییم، تغییر ناگهانی در پاسخ می‌تواند به‌منزله تغییر ناگهانی در واریانس باشد و بنابراین می‌توان گفت پاسخ از تعادل یا پایداری خارج شده است.

شکل (۵) نحوه انتخاب پارامتر برش با استفاده از روش پیشنهادی را نشان می‌دهد. در این مثال از ۱۱ مد همانند شکل (۷) جهت تخمین پاسخ نهایی استفاده شده و جهت مقایسه، پاسخ‌ها هنگامی که از ۱۳ مد

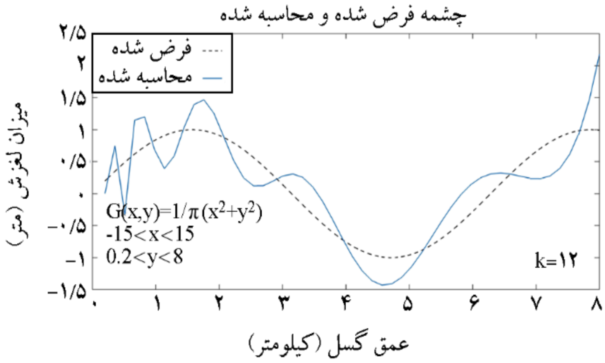
در پاسخ نهایی استفاده می‌شوند نیز در شکل (۸) نشان داده شده است.



شکل (۵): انتخاب تعداد مدهای مختلف با استفاده از روش پیشنهادی جهت تعیین پارامتر برش.

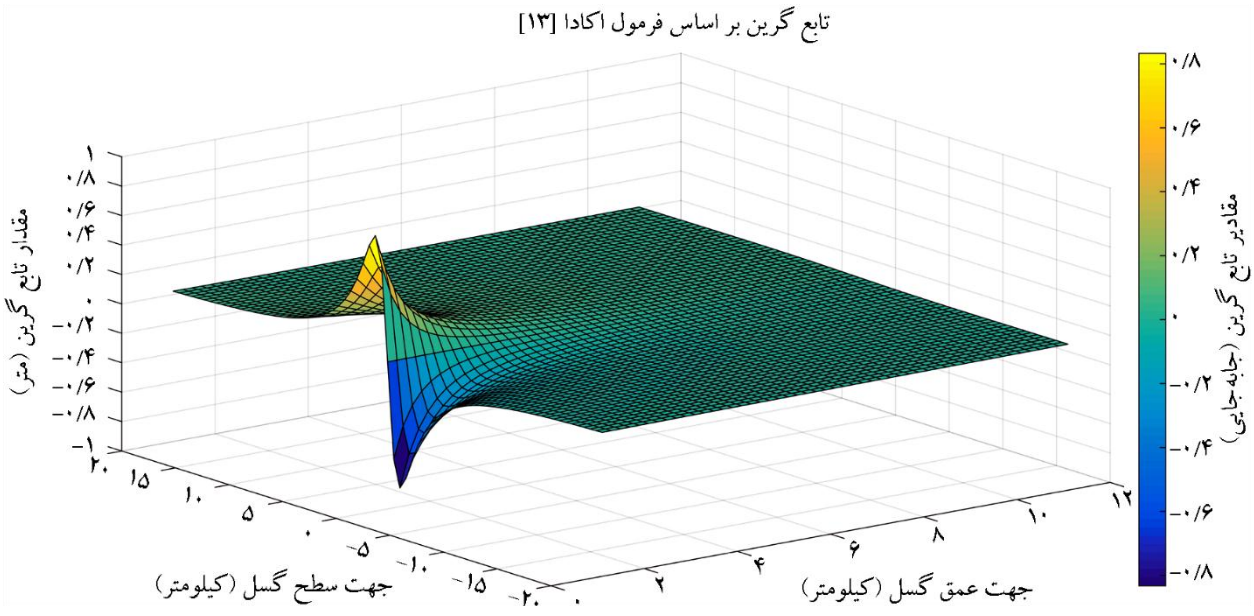


شکل (۶): نتیجه کاربرد روش تخمین پارامتر برش در حل مسائل دو بعدی.

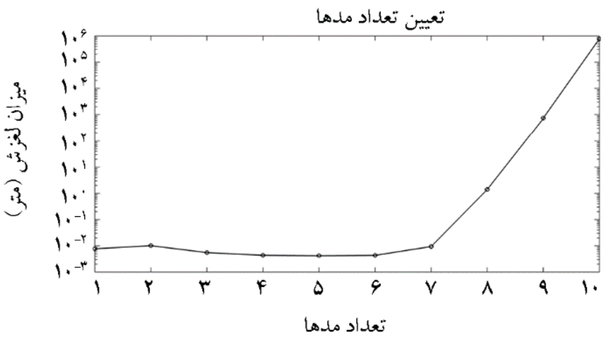


شکل (۷): نتیجه کاربرد روش تخمین پارامتر برش در حل مسائل دو بعدی.

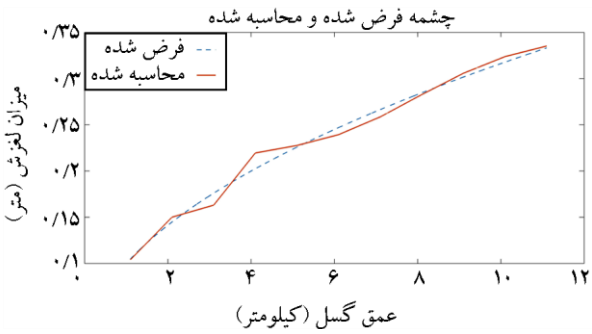
در مثال بعدی از گسلی به طول ۲۵ کیلومتر و عرض ۱۰ کیلومتر که مرکز آن در عمق ۶/۱ کیلومتری سطح زمین قرار گرفته، استفاده شده است. تابع گرین این مثال به‌صورت عددی و توسط روش اکادا [۱۳] محاسبه شده و استفاده شده است. تابع گرین مفروض این مثال در شکل (۹) دیده می‌شود. شکل (۱۰) نشان می‌دهد که چگونه بر اساس تغییرات واریانس پاسخ می‌توان با انتخاب ۷ عدد مد به تعیین پارامتر برش پرداخت. همچنین شکل (۱۱) نشان‌دهنده‌ی بردار بارگذاری اولیه و بردار پیش‌بینی‌شده توسط حل معکوس می‌باشد.



شکل (۹): تابع گرین عددی (پاسخ ایجاد شده در سطح زمین) محاسبه شده به روش اکادا.



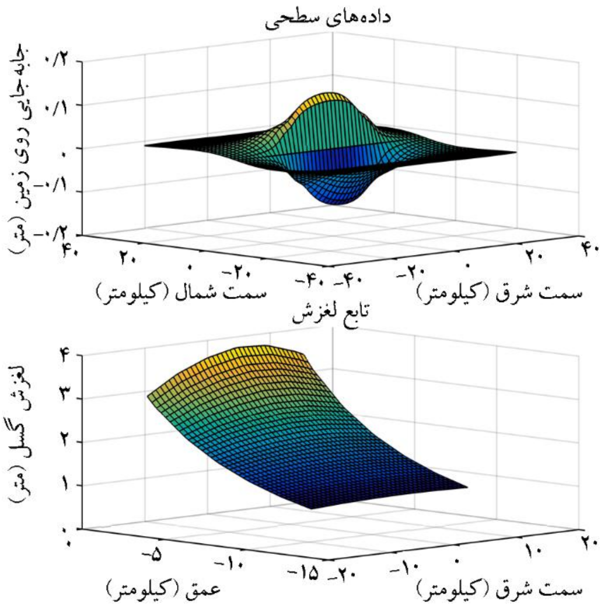
شکل (۱۰): انتخاب ۷ به‌عنوان عدد مد با استفاده از روش پیشنهادی جهت تعیین پارامتر برش.



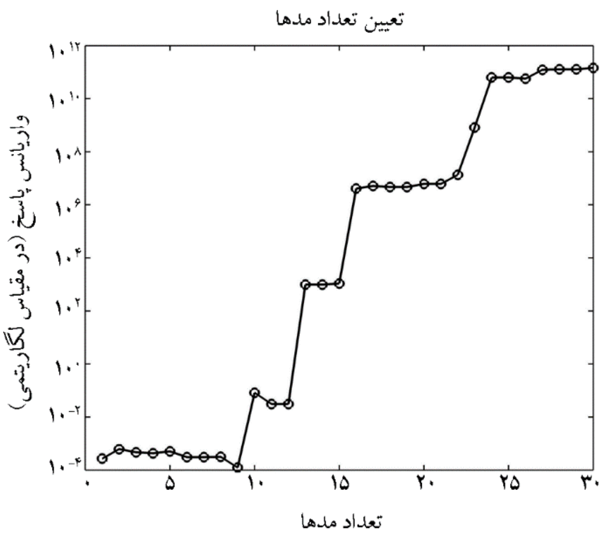
شکل (۱۱): نتیجه کاربرد روش تخمین پارامتر برش در حل مسائل دو بعدی.

جهت بررسی کارآمد بودن روش در حالت سه‌بعدی یک مثال در این حالت نیز حل شده است. شکل (۱۲) نشان‌دهنده‌ی تابع لغزش مفروض و تغییر شکل‌های به‌دست‌آمده به سبب چنین لغزشی روی سطح گسل است. با استفاده از شکل (۱۳) و استفاده از ۸ مد در تخمین پاسخ نهایی نتایج همانند شکل (۱۴) به دست خواهند آمد. همان‌گونه که از شکل (۱۴) ملاحظه می‌شود، تابع لغزش محاسبه شده روی سطح گسل، بسیار نزدیک به تابع لغزش فرض شده می‌باشد، به‌طوری‌که می‌توان دقت روش پیشنهادی را بسیار مناسب ارزیابی نمود. لازم به ذکر است که داده‌های مورد استفاده به‌صورت مستقیم از حل موجود پیشنهادی توسط روش اکادا [۱۳] محاسبه شده‌اند.

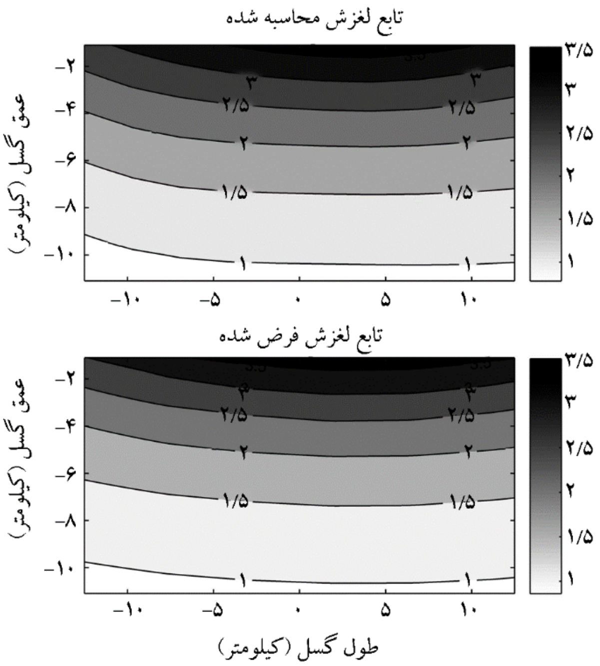
همان‌گونه که قبلاً با جزئیات بیشتری بحث شد، در روش تفکیک طیفی، تابع گرین مسئله به‌صورت مجموع بی‌نهایت حاصل‌ضرب دو تابع چشمه و پاسخ، و یک مقدار ویژه بیان می‌شود. در این روش، از داده‌ها به‌صورت مستقیم در حل مسئله معکوس استفاده نمی‌شود. بنابراین مشکل موجود در کیفیت و تعداد داده‌ها و همچنین خطای موجود در آنها قابل حل است. با استفاده از این روش، ابتدا یک تابع پاسخ از داده‌ها پیش‌بینی شده و سپس تابع چشمه توسط این تابع پاسخ محاسبه می‌شود.



شکل (۱۲): تغییر شکل سطح زمین (بالا) که پاسخ تابع لغزش مفروض در گسل (پایین) می‌باشد.



شکل (۱۳): انتخاب ۸ به‌عنوان عدد مد با استفاده از روش پیشنهادی جهت تعیین پارامتر برش.



شکل (۱۴): پاسخ (تابع لغزش) مفروض اولیه و محاسبه شده به روش تفکیک طیفی و استفاده از روش تعیین پارامتر برش (تعداد مدهای پاسخ) پیشنهاد شده.

۶- نتیجه گیری

همان‌طور که نشان داده شد، اولاً در روش تفکیک طیفی، خطای موجود در تبدیل معادله انتگرالی به معادله ماتریسی وجود ندارد و ثانیاً چون در این روش داده‌ها به‌صورت مستقیم در روند حل معکوس استفاده نمی‌شوند، بلکه فقط در تعیین ضرایب مدها به‌کار می‌روند، تعداد داده‌ها در فرآیند اولیه تأثیرگذار نیست، هرچند تعداد بیشتر داده موجب تخمین مناسب‌تر ضرایب مدها خواهد شد. از طرفی روش تفکیک طیفی جواب‌های قابل قبولی برای زمانی که داده‌ها دارای خطا باشند ارائه می‌دهد. از طرف دیگر، چون تعداد و کیفیت داده‌های موجود پایین است، استفاده از روش پیشنهادی هوری در حل و محاسبه میدان لغزش حین لرزه‌ای و میان‌لرزه‌ای گسل‌های فعال درون‌صفحه‌ای (که منجر به تعیین نواحی قفل‌شدگی گسل‌ها می‌شود)، پیشنهاد می‌شود. حال با توجه به این موضوع، نگارندگان روش پیشنهادی جدیدی جهت محاسبه مؤثرتر تعداد مدهای مشارکت‌کننده در پاسخ نهایی حل مسائل معکوس ارائه داده‌اند. با استفاده از این روش پیشنهادی، که از ترسیم لگاریتم واریانس داده‌های پاسخ پیش‌بینی‌شده عمود بر تعداد مدهای تفکیک طیفی حاصل می‌شود، انتخاب پارامتر برش منجر به ایجاد پاسخ‌های قابل اعتمادی خواهد شد. مثال‌های حل شده در قسمت‌های قبل نیز گواه این مطلب می‌باشد. بنابراین نتایج پژوهش نشان‌دهنده‌ی این است که روش پیشنهادی جهت تعیین پارامتر برش (تعداد مدهای محاسبه پاسخ) در روش تفکیک طیفی مناسب و قابل استفاده و اعتماد است و در صورت استفاده از این روش نیازی به استفاده از روش‌های دیگر نیست. بنابراین در صورت وجود داده‌های مناسب از حرکات سطح زمین و یا گسل‌های فعال و تشکیل صورت مسئله مناسب، می‌توان نواحی قفل‌شدگی گسل‌ها را برای هر گسلی (حتی با تعداد داده‌های اندک) محاسبه کرد. این موضوع در جلوگیری از خسارات مالی و جانی در مواجهه با پدیده زلزله، می‌تواند با اهمیت باشد.

مراجع

1. Tarantola, A. (2005) *Inverse Problem Theory*. Elsevier, Amsterdam.
2. Waszczyszyn, Z. (2010) *Advances of Soft Computing in Engineering*. Vol. 512, Springer, NewYork.
3. Khaji, N. (2014) *Principles of Engineering Seismology and Seismic Hazard Analysis*. Tarbiat Modares University Press, Tehran (in persian).
4. Snieder, R. and Trampert, J. (2000) 'Inverse Problems In Geopysics'. In: *Geomatic Method for the Analysis of Data in the Earth Sciences*. Dermanis, A., Grün, A., Sansò, F. (Eds.), Springer, NewYork, 93-164.
5. Menke, W. (2012) *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Vol. 45, Elsevier, London.
6. Hori, M. (2001) Inverse analysis method using spectral decomposition of Green’s function. *Geophysical Journal International*, **147**, 77-87.
7. Bertero, M., Poggio, T.A. and Torre, V. (1988) Ill-posed problems in early vision. Proceedings of the IEEE, **76**(8), 869-889.
8. Hori, M. (2004) Application of spectral

decomposition of Green's function to linear inverse problem. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **28**, 183-193.

9. Pawar, P.M. and Ganguli, R. (2011) *Structural Health Monitoring Using Genetic Fuzzy Systems*. Springer, NewYork.

10. Beck, A. and Teboulle, M. (2009) A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, **2**(1), 183-202.

11. Tanaka, M. and Dulikravich, G.S. (2000) *Inverse Problems in Engineering Mechanics II*, Elsevier, London.

12. Hansen, P.C. (1994) Regularization tools: A MATLAB package for analysis and solution of discrete ill-posed problems. *Numerical Algorithms*, **6**, 1-35.

13. Okada, Y. (1985) Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space. *Bulletin of the Seismological Society of America*, **75**, 1135-1154.

واژه‌نامه

۱- مسئله شبیه‌سازی شده	Simulation Problem
۲- مسئله مستقیم	Forward Problem
۳- مسئله معکوس	Inverse Problem
۴- نابجایی	Dislocation
۵- تعیین سیستم	System Identification
۶- بدخیم	Ill-Posed
۷- خوش‌خیم	Well-Posed Problems
۸- روش‌های محاسباتی نرم	Soft-Computing
۹- روش‌های محاسباتی سخت	Hard-Computing
۱۰- شبکه‌های عصبی مصنوعی	Artificial Neural Networks
۱۱- الگوریتم ژنتیکی	Genetic Algorithms
۱۲- منطق فازی	Fuzzy Logic
۱۳- منظم‌سازی	Regularization
۱۴- تکینگی عددی	Numerical Singularity
۱۵- تکینگی ماتریسی	Matrix Singularity
۱۶- تجزیه مقادیر تکین	Singular Value Decomposition
۱۷- تفکیک طیفی	Spectral Decomposition
۱۸- تابع گرین	Green's Function
۱۹- تابع هسته	Kernel Function
۲۰- توابع چشمه	Source Function
۲۱- توابع پاسخ	Response Function
۲۲- مقدار ویژه	Eigenvalue
۲۳- خطا	Noise
۲۴- برآورد	Estimation
۲۵- نگاشت وارون	Backward Mapping
۲۶- خود الحاق	Self-Adjoint
۲۷- برش زدن	Truncating
۲۸- مدهای قابل اندازه‌گیری	Measurable Modes
۲۹- تفاضل مربعات	Square of the Difference

A New Method of Determination Truncating Parameter in Spectral Decomposition

Ebrahim Torkanloo[1] and Naser Khaji[2*]

1. M.Sc. in Earthquake Engineering, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
2. Professor of Earthquake Engineering, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran,

*Corresponding Author, email: nkhaji@modares.ac.ir

Despite of soft computing methods which makes an approximate answers of an inverse problem, hard computing methods makes more accurate answers. Therefore, the hard computing methods used more than soft computing mehods in this type of problems in engineering. Regularization tools is one of the methods to solve this type of problems. The purpose of regularization tools is replacing problem ill-conditioning with a well-posed problem, which can represent reliable responses. This methods are used in inverse problems and earthquake engineering because they did not need any prior information about fault and slip. In this research we proposed a new method for determination of suitable number of modes that involve in the final response that we call it truncating parameter. The method that we tried to examine its validity in this research was spectral decomposition of Green's function. This method looks like singular value decomposition and can be categorize in regularization tools of solving inverse problems. Illustrative examples are solved to demonstrate the usefulness of the proposed inverse analysis method. Two examples are solved in two-dimensional faulting and one example solved in three-dimensional faulting. Using this proposed method, results of inverse analysis is satisfactory and shows that the proposed method is a reliable method and can be used for real cases. Thus the authors of this article suggest using this method in solving inverse problems of engineering.

Keywords: Inverse Problem, Regularization, Spectral Decomposition, Singular Value Decomposition, Truncating Parameter.