

## نوع مقاله: مروری

## چکیده

در این مقاله، به مرور اهم مطالعات موجود پیرامون تحلیل دینامیکی محیط‌های متخلخل اشباع پرداخته شده است. ابتدا ضمن ارائه مختصر مبانی نظری و برخی معادلات اساسی حاکم در تئوری محیط‌های مزبور، ادبیات موضوع مبتنی بر رویکردهای مختلف تحلیل در دو دسته روش تحلیلی/نیمه تحلیلی و عددی تقسیم‌بندی شده است. سپس، پژوهش‌های در دسترس در هر دسته بر اساس سال ارائه طبقه‌بندی و گزارش شده است. با توجه به جامعه‌ی آماری گسترده‌ی روش‌های عددی در تحلیل محیط‌های متخلخل اشباع، این دسته روش‌ها به‌طور ویژه در دو حوزه‌ی حجمی و مرزی تفکیک شده است. در این راستا تحقیقات حاضر پیرامون روش‌های اجزای محدود و تفاضل محدود برای حوزه‌ی حجمی و روش‌های معادله انتگرال مرزی و اجزای مرزی برای حوزه‌ی مرزی ارائه شده است. همچنین، به لحاظ اهمیت دو چندان روش‌های مرزی در تحلیل این محیط‌ها، تسهیم مطالعات این حوزه با جزئیات بیشتر و با در نظر گرفتن ارکان اصلی آن انجام گرفته است. از جمع‌بندی ادبیات فنی می‌توان اذعان داشت روش اجزای مرزی همواره از رویکردهای محاسباتی مناسب برای تحلیل محیط‌های متخلخل اشباع محسوب شده و استفاده‌ی کاربردی از آن به‌ویژه در مدل‌سازی عوارض توپوگرافی سطحی/زیرسطحی از چالش‌های موجود در حوزه‌ی ژئوتکنیک لرزه‌ای پیرامون تدقیق آیین‌نامه‌های طراحی به شمار می‌رود.

**واژگان کلیدی:** روش اجزای مرزی، روش‌های تحلیلی و عددی، متخلخل ارتجاعی، عوارض توپوگرافی.

## مروری بر تحلیل دینامیکی خطی محیط‌های متخلخل اشباع

## فرشید یاسمی

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران

## عباس اسلامی حقیقت

استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران

## مهدی پنجمی (نویسنده مسئول)

دانشیار، گروه مهندسی عمران، واحد زنجان، دانشگاه آزاد اسلامی، زنجان، ایران، [m.panji@iauz.ac.ir](mailto:m.panji@iauz.ac.ir)

## محسن کمالیان

استاد، پژوهشکده مهندسی ژئوتکنیک، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران

## ۱- مقدمه

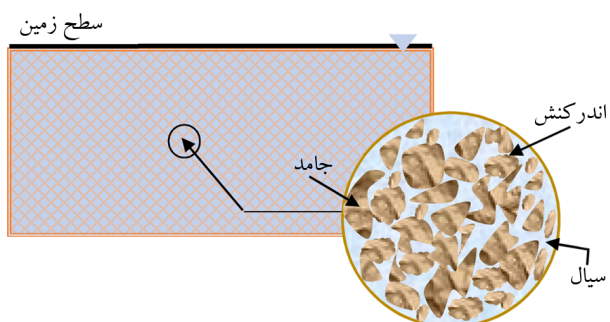
روش‌های محاسباتی این‌گونه مسائل می‌بایست این قابلیت را داشته تا بتواند سازگاری و اندرکنش بین اسکلت جامد خاک و حرکت سیال منفذی را به‌صورت دینامیکی در مدل‌سازی لحاظ نمایند. شانز (۲۰۱۲) در حالت کلی سه مکانیسم اساسی شامل اتساع خاک در اثر افزایش فشار آب حفره‌ای، افزایش فشار منفذی به دلیل فشار بر خاک و اتلاف انرژی به دلیل حرکت نسبی ذرات خاک و سیال، به‌عنوان مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار در اندرکنش سیال و مواد جامد یک محیط متخلخل محسوب می‌شوند. مکانیسم نخست به دلیل عدم تراکم‌پذیری ذرات سیال به وقوع می‌پیوندد که با افزایش فشار آب حفره‌ای به هنگام گسیختگی تغییر حجم زیادی در توده خاک ایجاد شده و خاک

با توجه به اهمیت مدل‌سازی دقیق محیط متخلخل خاک در سال‌های اخیر، شکل‌گیری و توسعه تئوری متخلخل ارتجاعی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. (ویلسون و ایفانتیس، ۱۹۸۲) این تئوری در ابتدا عموماً برای تحلیل شبه‌استاتیکی پدیده تحکیم در خاک مورد استفاده قرار می‌گرفت. با پیشرفت روش‌های محاسباتی، این امکان فراهم شده است که تحلیل دینامیکی و تهیه مدل‌های انتشار موج در محیط‌های متخلخل اشباع مبتنی بر این تئوری انجام پذیرد. هرچند تحلیل دینامیکی محیط‌های متخلخل به علت وجود عامل اینرسی پیچیده می‌شود ولیکن در قالب آن امکان مدل‌سازی پدیده‌های مهمی از قبیل روانگرایی، بارگذاری موج و تحکیم دینامیکی مهیا می‌شود.

توسعه آنها به دست آورد؛ بنابراین، در این تحقیق سعی شده است ضمن ارائه مختصر مبانی و تئوری محیط‌های متخلخل اشباع، با دسته‌بندی روش‌های تحلیل محیط‌های مزبور، مروری کلی بر ادبیات فنی و پیشینه‌ی تحقیق آن پرداخته شود. با توجه به مزایای روش‌های مرزی از قبیل روش اجزای مرزی نسبت به دیگر روش‌ها و توسعه‌ی دو چندان آن در تحلیل محیط مزبور، مطالعات صورت گرفته مبتنی بر این روش با جزئیات بیشتر دسته‌بندی و ارائه شده است.

## ۲- محیط‌های متخلخل اشباع<sup>۱</sup>

در شکل (۱) یک محیط متخلخل اشباع تحت فشار نشان داده شده است. مطابق این شکل، اعمال فشار موجب ایجاد اندرکنش بین اجزای خاک و سیال می‌شود. در تحقیقات گرین و نقدی (۱۹۶۷) و تروسدل و توپین (۱۹۶۰) پیرامون محیط‌های متخلخل ارتجاعی، اثر متقابل بین فصل مشترک ذرات خاک و سیال حفره‌ای به صورت مستقل ارزیابی شده و متغیرهایی نظیر حرکت آب در خاک و حرکت نسبی آب و خاک، به کمک معادلات پخش‌شدگی<sup>۲</sup> و با در نظر گرفتن قانون داری<sup>۳</sup> ارزیابی شده است. با توسعه معادلات الاستیسیته و در نظر گرفتن قوانین هوک و داری در رویکردهای جدید، سازوکار اصلی برای تحلیل کامل یک محیط متخلخل ارتجاعی توسط شانز (۲۰۱۲) ارائه شده است. در بسیاری موارد وجود پدیده‌هایی از قبیل موینگی بین ذرات خاک و آب نیز موجب ایجاد فشار آب حفره‌ای اضافی در خاک می‌شود.



شکل (۱): ساختار کلی یک محیط متخلخل اشباع شامل جسم جامد خاک و سیال منفذی.

اتساع می‌یابد. از طرف دیگر با افزایش فشار همه‌جانبه خاک و توزیع آن بین ذرات خاک و سیال، تغییر مکان در ذرات خاک و متعاقباً تغییر شکل کلی در توده خاک ایجاد می‌شود. حال آنکه به دلیل تراکم‌ناپذیری سیال، افزایش فشار بر خاک موجب افزایش فشار منفذی خواهد شد که مبین نحوه عملکرد مکانیسم دوم است. با توجه به اینکه سیال موجود در خاک همانند یک میراگر عمل می‌کند، حرکت نسبی بین ذرات خاک و سیال موجب اتلاف انرژی شده و انتظار بر این است که استهلاک انرژی محیط‌های اشباع بیشتر از سایر محیط‌ها باشد. سه مکانیسم مزبور نخستین بار توسط ترزاقی (۱۹۲۵) شرح داده شد. با این حال توسط ایشان تنها حالت ساده شده‌ی معادلات مرتبط با تغییر شکل و تحکیم یک محیط دو بعدی متخلخل ارائه شد. بایوت (۱۹۴۱) را می‌توان جزو اولین محققان دانست که معادلات کامل دینامیکی محیط‌های متخلخل ارتجاعی را ارائه کرده است. اگرچه رویکرد او در ابتدا به دلیل عدم دسترسی مناسب به امکانات محاسباتی مورد توجه قرار نگرفت ولی امروزه اهمیت استفاده از آن روشن شده و حتی از مبانی آن برای مدل‌سازی رفتارهای متخلخل ارتجاعی غیرخطی نیز بهره گرفته می‌شود. به دلیل پیچیدگی فرمول‌بندی معادلات بایوت عمدتاً حل تحلیلی آن امکان‌پذیر نبوده و تنها زمانی ممکن است که شرایط بسیار ساده بر مسئله حاکم باشد؛ بنابراین اکثر مطالعات پیرامون تحلیل محیط‌های متخلخل ارتجاعی مبتنی بر روش بایوت به کمک رویکردهای عددی نظیر اجزای محدود، تفاضل محدود و یا اجزای مرزی صورت می‌گیرد. گرین و نقدی (۱۹۶۷)، ارینگر (۱۹۷۴) و بدفورد و درومهلر (۱۹۸۳) در این میان این محققان نیز با استفاده از تئوری متخلخل ارتجاعی روش‌های نوینی برای مدل‌سازی محیط‌های متخلخل ارائه کرده‌اند که از آن جمله می‌توان به تئوری محیط‌های چند فازی اشاره کرد که بسیار مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به اهمیت تحلیل دینامیکی محیط‌های متخلخل نظیر خاک، لازم است تا مهم‌ترین تحقیقات صورت گرفته در این زمینه به صورت دقیق ارزیابی و دسته‌بندی شوند تا بتوان یک رویکرد مناسب نسبت به ساختار و نحوه

می‌شود:

$$\sigma_{ij} = \left( K_u - \frac{2\mu}{3} \right) \delta_{ij} e + 2\mu e_{ij} - \alpha M \delta_{ij} \xi \quad (4)$$

که در آن  $M$  مبین مدول بایوت<sup>۷</sup>،  $\alpha$  ضریب تنش مؤثر بایوت<sup>۷</sup> و  $K_u$  مدول حجمی در حالت زهکشی نشده در خاک است. تغییر فشار منفذی نیز بر اساس پارامتر نرخ تخلیه سیال  $\xi$ ، به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$P = M(-\alpha e + \xi) \quad (5)$$

از بازنویسی معادلات (۴) و (۵)، توزیع تنش دینامیکی در یک محیط متخلخل مطابق زیر ارائه می‌شود:

$$\sigma_{ij} = \left( K - \frac{2\mu}{3} \right) \delta_{ij} e + 2\mu e_{ij} - \alpha \delta_{ij} P \quad (6)$$

که در آن  $K$  مبین مدول حجمی زهکشی شده بوده و به کمک رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$K = K_u - \alpha^2 M \quad (7)$$

## ۲-۲- معادلات اساسی

به منظور استخراج معادلات تعادل با استفاده از تانسور تنش (۶)، لازم است تا جملات مربوط به اینرسی حرکت و ضریب نفوذپذیری دینامیکی معرفی گردد. بر این اساس و پیرو مطالعات بایوت (۱۹۴۱، ۱۹۵۶a,b، ۱۹۶۲) فرم کلی معادلات تعادل دینامیکی در محیط متخلخل ارتجاعی خطی به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\tau_{ij,j} + X_i = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} u_i + \rho_{12} U_i) + b \frac{\partial}{\partial t} (u_i - U_i) \quad (8)$$

$$\tau_{,i} + X'_i = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} u_i + \rho_{22} U_i) - b \frac{\partial}{\partial t} (u_i - U_i) \quad (9)$$

که در آن  $\tau_{ij}$  تنش برشی در اسکلت جامد خاک و  $\tau$  تنش برشی خاک ناشی از فشار سیال  $P$  ( $\tau = -\beta P$ ) که  $\beta$  پارامتر تخلخل (است) می‌باشد. همچنین  $u_i$  و  $U_i$  به ترتیب مؤلفه‌ی تغییر مکان فاز جامد و سیال،  $b$  ثابت انتشار،  $\rho_{11}$ ،  $\rho_{12}$  و  $\rho_{22}$  بیانگر ضرایب جرمی هستند که بیانگر ضرایب جرمی بخش جامد، سیال و دانسیته اضافی می‌باشد. در این رابطه  $X_i$  و  $X'_i$  به ترتیب معرف

این اثر به صورت مستقل و به کمک معادلات اضافی در تحلیل محیط‌های متخلخل ارتجاعی لحاظ می‌شود. در ادامه به منظور تبیین تئوری متخلخل ارتجاعی، به برخی معادلات حاکم در آن اشاره شده است.

## ۲-۱- روابط تنش- کرنش

بایوت (۱۹۴۱) جزو نخستین کسانی است که در ادامه‌ی مطالعات ترزاقی (۱۹۲۵) برای محیط‌های متخلخل توانست شاکله‌ی اصلی معادلات شبه‌استاتیک متخلخل ارتجاعی را ارائه دهد. بایوت (۱۹۵۵، ۱۹۵۶) در تکمیل مطالعات پیشین و با توسعه‌ی معادلات متخلخل ارتجاعی توانست معادلات شبه‌استاتیک محیط‌های ناهمسان پروویسکو الاستیک<sup>۴</sup> را به دست آورد. گسترش دینامیکی تئوری متخلخل ارتجاعی در دو محدوده بارگذاری برای فرکانس‌های پایین و بالا توسط بایوت (۱۹۶۲، ۱۹۵۶) انجام گرفت. در حالت کلی رابطه‌ی بین تنش- کرنش در یک محیط الاستیک خطی و همسان به صورت زیر ارائه شده است:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} e + 2\mu e_{ij} \quad (1)$$

که در آن  $\lambda$  و  $\mu$  مبین ثوابت لامه،  $e_{ij}$  مؤلفه‌های کرنش،  $e$  کرنش حجمی،  $\delta_{ij}$  تابع دلتای کرونگر<sup>۵</sup> و  $\sigma_{ij}$  مؤلفه‌های تانسور تنش را نشان می‌دهد. این دو ثابت لامه به کمک تئوری متخلخل ارتجاعی قابل تبدیل به سایر ثوابت نظیر مدول الاستیک  $E$ ، مدول بالک  $K$  و ضریب پواسون  $\nu$  می‌باشد. در این راستا داریم:

$$\lambda = K - \frac{2\mu}{3}, \quad \mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2)$$

از جایگذاری معادلات (۲) در (۱)، معادلات تنش بر حسب مدول‌های برشی و بالک مطابق زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_{ij} = \left( K - \frac{2\mu}{3} \right) \delta_{ij} e + 2\mu e_{ij} \quad (3)$$

از اعمال اثر ناشی از فشار آب حفره‌ای  $P$  بر معادلات توزیع تنش دینامیکی و لحاظ داشتن اثر تخلیه سیال از درون منافذ خاک  $\xi$ ، تانسور تنش دینامیکی به صورت ذیل اصلاح

### ۳-۱- روش‌های تحلیلی/نیمه تحلیلی

رایس و کلری (۱۹۷۶) را می‌توان از نخستین محققان دانست که یک پاسخ تحلیلی در حوزه زمان برای محیط پروالاستیک ارائه کردند. این محققان ضمن ارزیابی حل‌های موجود، به تعیین پاسخ‌های تحلیلی یک محیط حفره‌دار تحت بارگذاری سطحی پرداختند. با توجه به اینکه حصول پاسخ‌های تحلیلی در حوزه زمان عمدتاً با چالش‌های عمده روبرو است بنابراین اکثر تحلیل‌های پروالاستیک در حوزه تبدیل یافته انجام گرفته است. در این راستا روش‌هایی مانند بسط تابع موج<sup>۸</sup>، روش توابع مختلط<sup>۹</sup>، سری فوریه<sup>۱۰</sup>، بسط تابع هنکل<sup>۱۱</sup> و بسط تابع بسل<sup>۱۲</sup> قابل ذکر می‌باشد. اگرچه پاسخ‌های تحلیلی بایوت (۱۹۴۱) پیرامون مسائل ساده‌ی دو بعدی تمرکز داشت ولیکن بایوت و تمپل (۱۹۷۲) توانستند پاسخ‌های خود را برای محیط‌های ناهمسان نیز توسعه دهند. تروسل و توپین (۱۹۶۰) و گرین و نقدی (۱۹۶۵) با توسعه تئوری متخلخل ارتجاعی، نظریه محیط‌های چندفازی را با استفاده از روش میانگین‌گیری در سطح ماکروسکوپی برای محیط متخلخل شکل‌پذیر ارائه کردند. رایس و سیمونز (۱۹۷۶) یک حل ریاضی شبه‌استاتیکی برای یک گسل برشی در یک ماده متخلخل الاستیک توسعه دادند. ال‌رس و بلوهم (۲۰۰۲) در یک مطالعه مروری برخی پاسخ‌های تحلیلی در متخلخل ارتجاعی را دسته‌بندی و ارزیابی نمودند. کیوسی و همکاران (۱۹۹۸) ضمن مقایسه تئوری بایوت با تئوری چندفازی، به توسعه پاسخ‌های تحلیلی محیط‌های متخلخل پرداختند. کیوسی (۲۰۰۷) با استفاده از مفهوم اشباع لاگرانژی و بر اساس رویکرد نظری متخلخل ارتجاعی، به تشکیل معادلات محیط متخلخل غیراشباع پرداخت. سنجانیچای و راجاپاکس (۱۹۹۵) یک روش دقیق شبه‌استاتیک مبتنی بر عناصر سختی برای یک محیط متخلخل ارتجاعی چند لایه در فضای تبدیل هنکل - لاپلاس ارائه کرده و توانستند به کمک آن فشار آب منفذی و تغییر مکان در سطح مشترک لایه‌ها را محاسبه کنند. هاشمی‌نژاد و مهدی‌زاده (۲۰۰۴) از ترکیب فرمول‌بندی میدان موج در فضای کروی با مدل کلاسیک بایوت، توانستند توصیف تحلیلی مناسبی از رفتار مواد

نیروهای حجمی فاز جامد و سیال می‌باشند. با استخراج تنش‌های برشی از معادلات تنش - کرنش (۶)، این معادلات برای فاز جامد و سیال به ترتیب مطابق زیر به دست می‌آید:

$$\tau_{ij} = \left( \lambda + \frac{Q^2}{R} \right) \delta_{ij} e + 2\mu e_{ij} + Q\delta_{ij} e \quad (10)$$

$$\tau = Qe + R\varepsilon \quad (11)$$

که در این معادلات  $\delta_{ij}$  تابع دلتای کرونگر،  $e_{ij} = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i})$  مبین مؤلفه‌های کرنش اسکلت جامد خاک،  $\varepsilon = U_{i,i}$  و  $e = u_{i,i}$  به ترتیب تغییر حجم بخش سیال و جسم جامد محیط هستند. همچنین  $Q$ ،  $\mu$ ،  $\lambda$  و  $R$  معرف ثوابت الاستیک می‌باشند که در مراجع متعددی نظیر بوریج و وارگاس (۱۹۷۹)، نوریس (۱۹۸۵) و کمالیان و همکاران (۲۰۰۸) ارائه شده است.

در نهایت با جایگذاری روابط (۱۰) و (۱۱) در معادلات تعادل (۸) و (۹)، معادلات حاکم بر محیط پروالاستیک بر حسب مؤلفه‌ی تغییر مکان به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\mu \Delta u_i + \left( \lambda + \mu + \frac{Q^2}{R} \right) e_{,i} + Q\varepsilon_{,i} + X_i = \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} u_i + \rho_{12} U_i) + b \frac{\partial}{\partial t} (u_i - U_i)$$

$$(Qe + R\varepsilon)_{,i} + X'_i = \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} u_i + \rho_{22} U_i) - b \frac{\partial}{\partial t} (u_i - U_i)$$

تحلیل هم‌زمان معادلات فوق، منجر به حصول پاسخ محیط متخلخل ارتجاعی می‌شود. این معادلات بر اساس روش‌های مختلف تحلیلی و عددی مورد ارزیابی قرار گرفته است که در ادامه به عمده مطالعات موجود در پیشینه تحقیق پرداخته شده است.

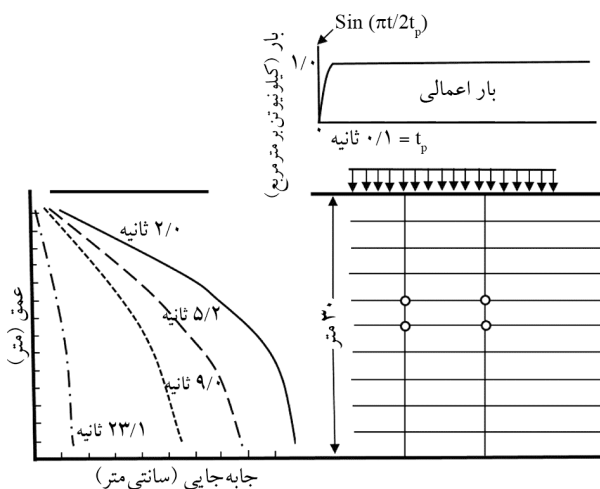
### ۳- رویکردهای تحلیل محیط متخلخل اشباع

در یک طبقه‌بندی کلی مطالعات حاکم در حوزه‌ی تحلیل دینامیکی محیط‌های متخلخل ارتجاعی در دو دسته روش تحلیلی/نیمه تحلیلی و عددی قابل تقسیم‌بندی است که در ادامه ارائه شده است.

و حوزه تبدیل یافته تقسیم می‌شوند که در ادامه از این دیدگاه به ارائه اهم مطالعات صورت گرفته پرداخته می‌شود.

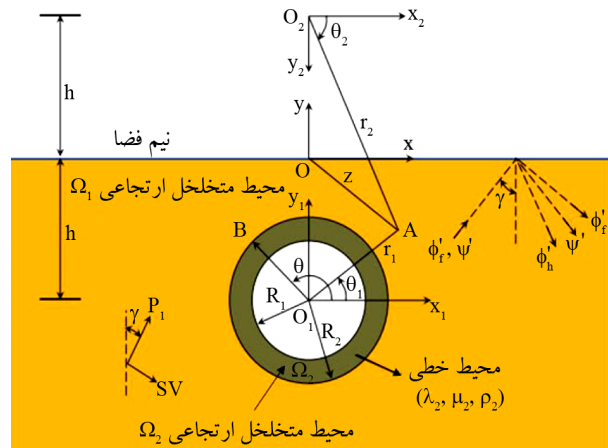
### ۳-۲-۱- روش‌های حجمی

روش‌های عددی حجمی عمدتاً روش‌هایی هستند که در آنها با گسسته‌سازی دامنه‌ی مسئله به المان‌های حجمی کوچک‌تر و اعمال معادله تعادل بر هر جزء المان، تلاش می‌شود تا یک سیستم معادلات نهایی شکل داده شود و مجهولات مسئله اعم از تغییر مکان و تنش محاسبه گردند. در میان روش‌های حجمی که در حل مسائل متخلخل ارتجاعی قابل استفاده هستند، روش اجزای محدود (FEM)<sup>۱۳</sup>، روش تفاضل محدود (FDM)<sup>۱۴</sup> و روش المان‌های مجزا (DEM)<sup>۱۵</sup> از سایرین شناخته شده‌تر می‌باشند. در این راستا قابوسی و ویلسون (۱۹۷۲) از نخستین محققانی هستند که از روش تفاضل محدود و اجزای محدود برای فرموله‌سازی فرآیندهای دینامیکی محیط‌های متخلخل ارتجاعی استفاده کردند. در مطالعات زینکوویچ و شیومی (۱۹۸۴) و زینکوویچ و همکاران (۱۹۹۰، ۱۹۹۹) فرمول‌بندی کامل اجزای محدود برای محیط‌های متخلخل ارتجاعی ارائه شد. در شکل (۳) یک محیط نیم‌صفحه متخلخل ارتجاعی تحت بار سطحی دینامیکی نشان داده شده است که با استفاده از روش اجزای محدود توسط مؤلفان مزبور مدل‌سازی شده است.



شکل (۳): مدل گسسته‌شده‌ی یک محیط نیم‌صفحه‌ی متخلخل ارتجاعی با استفاده از روش اجزای محدود (زینکوویچ و همکاران، ۱۹۹۹).

متخلخل ارتجاعی ارائه نمایند. در مطالعه‌ی هاشمی‌نژاد و عوض‌محمدی (۲۰۰۶) پاسخ‌های نیمه‌تحلیلی یک استوانه‌ای الاستیک متخلخل اشباع تحت امواج فشاری صوتی ارائه شد. اخیراً در تحقیق لیو و همکاران (۲۰۲۲) میدان‌های موج یک محیط متخلخل ارتجاعی با استفاده از بسط تابع موج تعیین شده است. در شکل (۲) هندسه‌ی مدل‌سازی شده در این تحقیق نشان داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود در این مدل یک تونل پوشش‌دار دایروی مستقر در یک محیط متخلخل ارتجاعی تحت امواج درون صفحه P/SV قرار داده شده است.



شکل (۲): تونل دایره‌ای کم‌عمق مستقر در محیط متخلخل ارتجاعی تحت امواج درون صفحه P/SV (لیو و همکاران، ۲۰۲۲).

از آنجایی که استفاده از روش‌های تحلیلی و نیمه‌تحلیلی در مدل‌سازی محیط‌های متخلخل ارتجاعی عمدتاً محدود به مسائل با هندسه‌های ساده‌ی می‌باشند، بنابراین برای تحلیل مسائل با هندسه‌های پیچیده توأم با شرایط مرزی‌های متفاوت، الزام به استفاده از روش‌های عددی مبرم می‌شود. لذا در ادامه به دسته‌بندی مطالعات حاکم در این حوزه پرداخته شده است.

### ۳-۲- روش‌های عددی

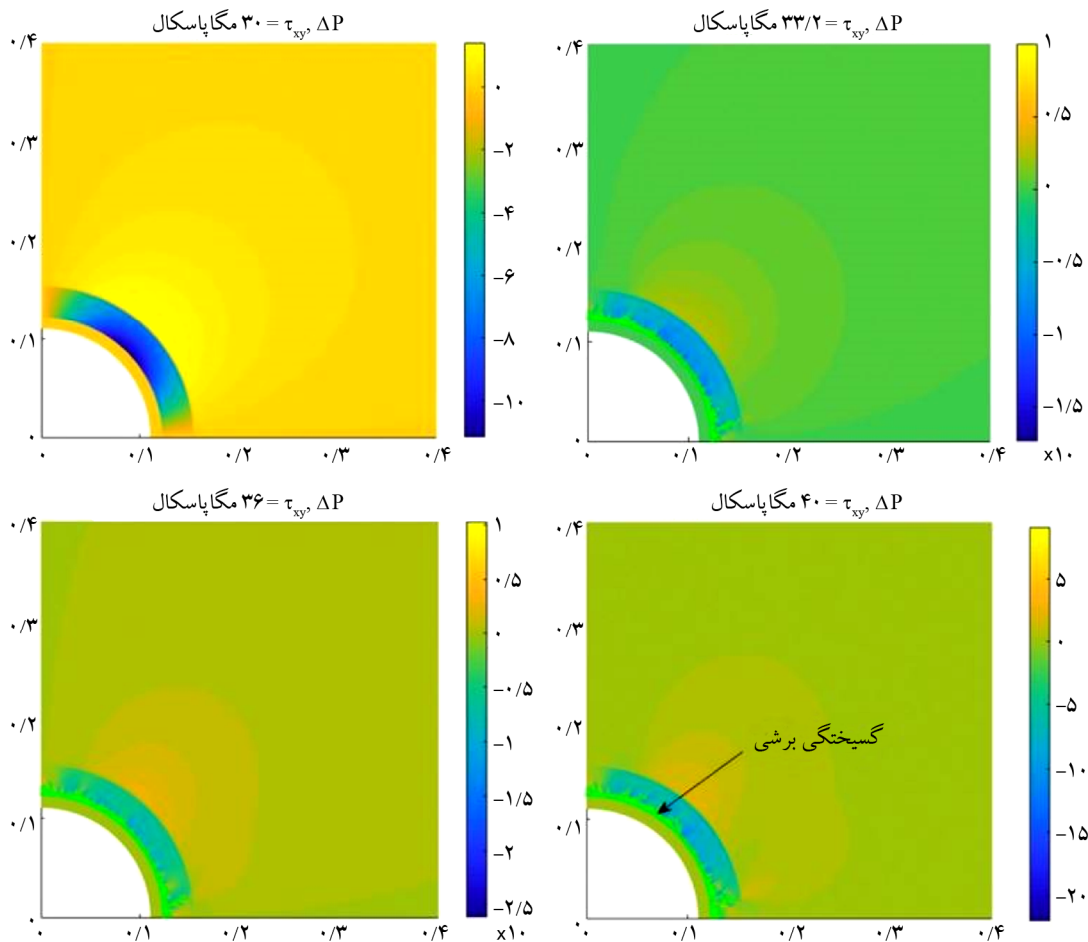
به‌طور کلی روش‌های عددی به کار گرفته شده در مدل‌سازی مسائل متخلخل ارتجاعی قابل تقسیم به دو دسته روش حجمی و مرزی می‌باشند. هر یک از این روش‌ها نیز با توجه به حوزه‌ی به کار رفته، به رویکردهای فرموله شده در حوزه‌ی زمان

مشاهده می‌شود در این تحقیق سعی شده تا با مطالعه اثر وجود حفره زیرسطحی پوشش‌دار در یک محیط متخلخل اشباع نحوه‌ی انتشار ترک و گسیختگی دینامیکی آن گزارش شود.

### ۳-۲-۲- روش اجزای مرزی

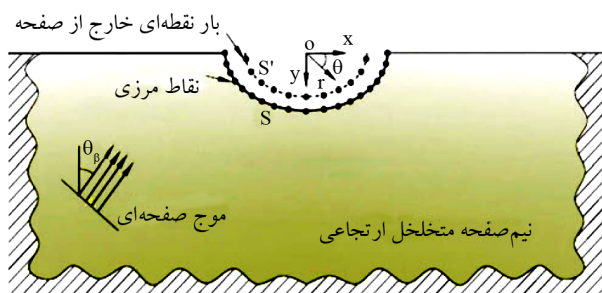
علیرغم اینکه روش‌های حجمی از دقت و سهولت مناسب در مدل‌سازی محیط‌های متخلخل ارتجاعی برخوردار هستند، نیازمند گسسته‌سازی حجمی و تعریف مرزهای جاذب در پیرامون مدل می‌باشند که این موضوع موجب می‌شود که استفاده از آن‌ها برای مدل‌سازی محیط‌های مرتبط با مسائل نیم‌صفحه با مشکلاتی از قبیل افزایش حجم محاسبات همراه شود. از این رو توسعه روش‌های مرزی که در آن گسسته‌سازی تنها بر روی مرزهای مسئله متمرکز است از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد.

در مطالعه‌ی دگرانده و روآک (۱۹۹۳) نوعی فرمولاسیون مرزهای جاذب برای مدل‌سازی انتشار امواج در محیط‌های اشباع متخلخل ارتجاعی ارائه شد. لوئیس و شرفلر (۱۹۹۹) توانستند فرمولاسیون اجزای محدود متخلخل ارتجاعی را با تکیه بر تحلیل مسائل تحکیم ارائه دهند. در تحقیق ماسون و پراید (۲۰۱۰) از روش تفاضل محدود برای مدل‌سازی معادلات بایوت استفاده شد. ویژگی مهم این تحقیق مشاهده‌ی اثر فرکانس‌های بالا و پایین در تدقیق نتایج و ارائه نکات لازم در این زمینه می‌باشد. پیساکا و همکاران (۲۰۱۶) با ترکیب روش‌های تفاضل محدود و اجزای مجزا یک رویکرد نوین برای مدل‌سازی محیط‌های متخلخل ارتجاعی ارائه کردند. اخیراً در پژوهش غیبی و همکاران (۲۰۲۱) یک فرآیند محاسباتی جدید تحت عنوان روش اجزای مجزا اصلاح شده<sup>۱۶</sup> برای مدل‌سازی دینامیکی مصالح سیمانی اشباع ارائه شده است. چنانچه در شکل (۴)



شکل (۴): گسترش گسیختگی برشی ناشی از افزایش تنش در یک محیط متخلخل اشباع مشتمل بر حفره (غیبی و همکاران، ۲۰۲۱).

مرزی را برای حل مسائل تحکیم و نشت آب در خاک ارائه کرد. در مطالعه‌ی بروجی و مارینو (۲۰۰۵) پیشینه ریاضی روش اجزای مرزی با تکیه بر مسائل غیرخطی دینامیکی شرح داده شد. در تحلیل لیانگ و لیو (۲۰۰۹a,b) با استفاده از معادله انتگرال مرزی غیرمستقیم، پراکنش امواج صفحه‌ای P در یک دره پروالاستیک دوبعدی نیم‌صفحه ارزیابی شده و نتایج عددی آن ارائه شد. لیو و همکاران (۲۰۱۵) توانستند پراکنش امواج SV توسط یک دره دوبعدی مستقر در یک نیم‌صفحه متخلخل ارتجاعی اشباع را با استفاده از معادلات انتگرال مرزی غیرمستقیم در حوزه فرکانس مدل‌سازی نمایند. در شکل (۵) مدل دوبعدی این تحقیق ارائه شده است. چنانچه مشاهده می‌شود تنها مرزهای مرتبط با دره سطحی گسسته‌سازی شده و از مرزهای مصنوعی برای اعمال بار خارجی استفاده شده است.



شکل (۵): مدل انتگرال مرزی غیرمستقیم در حوزه‌ی فرکانس برای یک دره سطحی به شکل دلخواه مستقر در یک محیط نیم‌صفحه متخلخل ارتجاعی (لیو و همکاران، ۲۰۱۵).

### ۳-۲-۲- حل‌های اساسی/توابع گرین

پاسخ منفرد<sup>۲۰</sup> معادلات حاکم بر مسئله بدون و یا با توجه به شرایط مرزی موجود، منجر به تعیین حل‌های اساسی/توابع گرین خواهد شد. حل‌های اساسی/توابع گرین از ارکان اصلی روش اجزای مرزی محسوب می‌شود. محققان متعددی اقدام به استخراج این توابع برای محیط‌های متخلخل ارتجاعی کرده‌اند. اولین مطالعات برای حصول حل‌های اساسی متخلخل ارتجاعی-دینامیکی<sup>۲۱</sup> توسط پائول (۱۹۷۶a,b) و بوریچ و ورگاس (۱۹۷۹) صورت گرفت. در پژوهش نوریس (۱۹۸۵) تأثیر بار نقطه‌ای هارمونیک بر یک محیط متخلخل اشباع بررسی شد. توسعه

از دیگر مزایای روش‌های مرزی سهولت در مدل‌سازی، دقت بالا، کاهش حجم محاسبات و اقلان شرایط تشعشع امواج در بیکران است که آن را برای تحلیل مسائل ژئوتکنیک لرزه‌ای بسیار ایده‌آل می‌سازد که در تحقیقات پنچی و انصاری (۲۰۱۷)، پنچی و یاسمی (۲۰۱۸) و پنچی و همکاران (۲۰۲۰) قابل مشاهده است.

در حالت کلی روش اجزای مرزی در مدل‌سازی پدیده‌های مختلف، از دو نوع فرمول‌بندی تحت عنوان مستقیم<sup>۱۷</sup> و غیرمستقیم<sup>۱۸</sup> بهره می‌گیرد. در فرمول‌بندی مستقیم پاسخ هر نقطه از محیط مستقیماً به صورت تغییر مکان و نیروهای سطحی محاسبه می‌شود در صورتی که در روش غیرمستقیم پاسخ‌ها بر حسب برخی متغیرهای میانی محاسبه شده و با استفاده از توابع ریاضی به پاسخ‌های تغییر مکان و نیروی سطحی تبدیل می‌شوند که توسط بریبا و دومینگوز (۱۹۹۴) ارائه گردید. پنچی و همکاران (۲۰۱۳) با بیان اینکه از لحاظ هندسی نحوه گسسته‌سازی روش اجزای مرزی به دو دسته روش محیط کامل و نیم‌صفحه تقسیم می‌شود. در روش محیط کامل کلیه مرزهای محیط گسسته شده که این مرز در یک محیط ژئوتکنیکی شامل مرزهای سطح زمین، عوارض سطحی و زیرسطحی و مرزهای دوردست است. حال آنکه در روش اجزای مرزی نیم‌صفحه نیازی به گسسته‌سازی مرزهای دوردست و سطح زمین نیست، بنابراین حجم محاسبات کمتر شده و مدل‌سازی با سهولت بیشتری انجام می‌گیرد.

### ۳-۲-۱- معادله انتگرال مرزی<sup>۱۹</sup>

یکی از عناصر کلیدی روش اجزای مرزی، معادله انتگرال مرزی است که از حل آن پاسخ محیط تعیین می‌شود. محققان مختلف در تعیین این معادلات در محیط‌های متخلخل پژوهش نموده‌اند. چنگ و لیجت (۱۹۸۴) انتگرال مرزی شبه‌استاتیکی را برای مدل‌سازی محیط‌های متخلخل ارتجاعی توسعه داده و از آن در مدل‌سازی ترک در یک فضای نیمه‌نامحدود بهره گرفتند. بریبا (۱۹۸۷) انتگرال مرزی دو و سه‌بعدی حاکم در روش اجزای

تجزیه هلمهولتز، حل‌های اساسی حوزه فرکانس در یک محیط پروالاستیک به دست آمد. ژنگ و همکاران (۲۰۱۴، ۲۰۱۳) توانستند توابع گرین یک نیم‌فضای متخلخل ارتجاعی چند لایه را تحت بار نقطه‌ای دینامیکی تعیین نمایند.

### ۳-۲-۳- اجزای مرزی در حوزه‌ی زمان<sup>۳</sup>

با توجه به قابلیت‌های بارز روش اجزای مرزی در حوزه‌ی زمان از قبیل حصول پاسخ‌های حقیقی، تحلیل مسائل با هندسه‌های مرتبط با زمان و تحلیل‌های غیرخطی، محققان مختلف اقدام به توسعه‌ی این روش در تحلیل محیط‌های متخلخل ارتجاعی نموده‌اند. در مطالعه‌ی دارگاش و بنرجی (۱۹۸۹a,b) یک روش اجزای مرزی مستقیم در حوزه‌ی زمان مبتنی بر تئوری تحکیم بایوت برای تحلیل مسائل متخلخل ارتجاعی و ترموالاستیک ارائه شد. ویه و آنتس (۱۹۹۱) توانستند روش اجزای مرزی مستقیم در حوزه‌ی زمان را برای تحلیل دینامیکی مسائل سه‌بعدی متخلخل ارتجاعی توسعه دهند. چن (۱۹۹۴a,b) توانست ضمن ارائه توابع گرین متخلخل ارتجاعی در حوزه‌ی زمان، فرمول‌بندی کامل روش اجزای مرزی را در حالت دوبعدی و سه‌بعدی ارائه دهد. در ادامه، چن و دارگاش (۱۹۹۵) معادلات انتگرال مرزی و حل‌های اساسی تبدیل شده در حوزه‌ی زمان را برای تحلیل مسائل متخلخل ارتجاعی و ترموالاستیک به دست آوردند. شانز (۲۰۰۱) ضمن استفاده از روش لویچ در فرمول‌بندی اجزای مرزی سه‌بعدی در حوزه‌ی زمان، به بررسی پدیده انتشار موج در خاک متخلخل ارتجاعی پرداخت. گتمیری و کمالیان (۲۰۰۲) حل اساسی متخلخل ارتجاعی را بر اساس قضیه تقابل کلیری برای روش اجزای مرزی در حوزه‌ی زمان به دست آوردند. در مطالعه‌ی کاوالکانتی و تلس (۲۰۰۳) با فرض تراکم‌ناپذیری بخش سیال و جامد، کاربرد روش اجزای مرزی در حوزه‌ی زمان برای تحلیل مسائل تحکیم در حالت کرنش مسطح ارائه شد. پارک و بنرجی (۲۰۰۶) یک روش اجزای مرزی ساده برای تحلیل محیط متخلخل ارتجاعی بر پایه معادلات الاستوستاتیک نشان دادند و

مسئله لمب در یک محیط متخلخل ارتجاعی در حوزه فرکانس توسط فیلیپاکوپلوس (۱۹۸۸) مبتنی بر مبانی عدد موج انجام گرفت. شارما (۱۹۹۲) توانست کاربرد مسئله لمب در محیط متخلخل ارتجاعی را برای شرایط مرزی‌های مختلف ارائه دهد. توسط سنجانیچای و راجاپاکس (۱۹۹۴) توابع گرین محیط نیم‌صفحه متخلخل ارتجاعی در حالت هارمونیک ارائه شد. در مطالعه‌ی فیلیپاکوپلوس (۱۹۹۷) یک حل اساسی نیم‌صفحه در حوزه فرکانس برای محیط متخلخل ارتجاعی ارائه شد که نتایج آن همواره مورد استقبال دیگر محققان قرار گرفته است. به‌طور مشابه، جین و لیو (۲۰۰۱) توانستند حل اساسی در حوزه فرکانس را برای محیط متخلخل ارتجاعی تحت پالس مؤثر افقی در مختصات سه‌بعدی استوانه‌ای استخراج نمایند. گتمیری و نگویان (۲۰۰۵) توانستند حل اساسی دو بعدی حوزه‌ی زمان را برای محیط‌های متخلخل اشباع با فرض سیال تراکم‌ناپذیر ارائه دهند. لین و همکاران (۲۰۰۵) تغییر مکان سطحی و تنش درونی یک نیم‌فضا ناشی از برخورد امواج فشاری و برشی را با فرض ساده‌سازی یک سیال غیرلزج نشان دادند. گتمیری و جباری (۲۰۰۵) حل بسته توابع دوبعدی حاکم بر یک محیط متخلخل غیراشباع را با فرض رفتار الاستیک خطی در هر دو حوزه‌ی لاپلاس و زمان ارائه کردند. در مطالعه‌ی دیگر، گتمیری و جباری (۲۰۰۵) توابع گرین سه‌بعدی محیط متخلخل را در فضای کروی مقارن توسعه دادند. کمالیان و همکاران (۲۰۰۸) توابع گرین سه‌بعدی در حوزه‌ی زمان را برای مؤلفه‌های تغییر مکان و تنش سطحی یک محیط متخلخل اشباع به دست آوردند. در همان سال، لو و همکاران (۲۰۰۸a,b) توانستند توابع گرین 2.5D و معادلات انتگرال مرزی یک‌بعدی را برای یک محیط متخلخل ارتجاعی اشباع تعیین نمایند. در تحقیق معقول و همکاران (۲۰۱۰) حل اساسی سه‌بعدی انتقال حرارت برای یک محیط متخلخل تغییر شکل‌پذیر و غیراشباع با رفتار الاستیک خطی استخراج شد. در مطالعه مزبور پاسخ‌های حاصل در حوزه‌ی لاپلاس تعیین شد که به کمک تبدیل معکوس، به حوزه‌ی زمان منتقل شد. در پژوهش دینگ و همکاران (۲۰۱۳) به کمک

همکاران (۱۹۸۴) پراکنش امواج ناشی از یک حفره استوانه‌ای مدفون در یک خاک متخلخل با استفاده از تقریب لایه مرزی بررسی شد. بونت (۱۹۸۷) نیز از جمله محققانی است که به معرفی حل‌های منفرد تبدیل یافته برای مسائل متخلخل ارتجاعی پرداخت. در مطالعه دومینگویز (۱۹۹۱) معادلات انتگرال مرزی و حل‌های مورد نیاز برای حل مسائل دینامیک متخلخل ارتجاعی در حوزه فرکانس ارائه شد. به‌طور هم‌زمان، در پژوهشی چنگ و همکاران (۱۹۹۱) یک رویکرد معادله انتگرال مرزی منفرد<sup>۲۵</sup> برای تحلیل دینامیکی مسائل متخلخل ارتجاعی نشان داده شد. دومینگویز (۱۹۹۲) با اصلاح پاسخ‌های پیشین، فرمول‌بندی اجزای مرزی توسعه یافته‌ای برای تحلیل دینامیکی مسائل مختلف در یک محتوای جدید فرکانس ارائه داد. دومینگویز و گالگو (۱۹۹۶) با استفاده از حل‌های دومینگویز (۱۹۹۲) توانستند انتشار امواج صوتی ناشی از یک منبع نقطه‌ای را در سطح یک لایه آب همگن به‌صورت نیم‌صفحه مدل‌سازی نمایند. علاوه بر این، در مطالعه دومینگویز و همکاران (۱۹۹۷) کاربرد روش اجزای مرزی در حوزه فرکانس برای ارزیابی اثر رسوبات سطحی بر پاسخ دینامیکی سدهای زنی نشان داده شد. سپس با استفاده از رویکرد دومینگویز (۱۹۹۲)، جاپون و همکاران (۱۹۹۷) توانستند به بررسی تأثیر سختی دینامیکی مستقر بر بستر متخلخل ارتجاعی پردازند. در تحلیل وی و مورالتاران (۲۰۰۲) یک تئوری محیط متخلخل چندفازی برای مدل‌سازی مسائل متخلخل ارتجاعی به‌صورت مرزی توسعه داده شد. کتیس و همکاران (۲۰۰۳) توانستند از روش اجزای مرزی در حوزه فرکانس برای حل مسائل متخلخل ارتجاعی دینامیکی در حضور حفره پوشش‌دار زیرسطحی بهره ببرند. شانز و پرایل (۲۰۰۴) معادلات حاکم برای خاک متخلخل ارتجاعی تراکم پذیر/ناپذیر را در چارچوب نظریه بایوت ارائه کردند و توانستند پارامترهای تغییر مکان و فشار آب منفذی را به‌صورت دقیق استخراج نمایند. در مطالعه‌ی لین و همکاران (۲۰۰۵) تأثیر پراکنش امواج ناشی از حضور عوارض توپوگرافی سطحی دو بعدی در یک محیط متخلخل ارتجاعی اشباع بررسی شد.

از آن در مدل‌سازی جریان پایدار خاک بهره گرفتند. در همین سال، سوارز و همکاران (۲۰۰۶) فرمول‌بندی اجزای مرزی حوزه‌ی زمان را برای تحلیل دینامیکی محیط‌های متخلخل ارتجاعی غیرخطی توسعه دادند. کمالیان و همکاران (۲۰۰۸) با بهره‌گیری از حل‌های اساسی حوزه‌ی زمان، فرمول‌بندی سه‌بعدی اجزای مرزی محیط متخلخل اشباع را اصلاح کردند. نگویان و گتمیری (۲۰۰۷) با عددی سازی روش اجزای مرزی، معادلات انتگرال مرزی در حوزه‌ی زمان را بر اساس نظریه بایوت و قضیه تقابل دوگانه ارائه کردند. اخیراً معقول و گتمیری (۲۰۱۷) روش اجزای مرزی در حوزه‌ی زمان را برای تحلیل دینامیکی محیط متخلخل چند فازی کوپل شده توسعه دادند.

### ۳-۲-۴- اجزای مرزی در حوزه‌های تبدیل یافته<sup>۲۳</sup>

با توجه به سهولت فرمول‌بندی روش اجزای مرزی و مشاهده‌ی ملموس دامنه پاسخ‌ها، مؤلفان مختلف از روش مزبور در حوزه‌های تبدیل یافته بهره گرفته‌اند. با علم به اینکه اکثر مطالعات پیرامون حوزه‌های تبدیل یافته، بر روی حوزه‌های فرکانس و لاپلاس متمرکز شده است؛ در ادامه به مرور ادبیات فنی در خصوص این حوزه‌ها پرداخته شده است.

### ۳-۲-۴-۱- فضای فرکانس<sup>۲۴</sup>

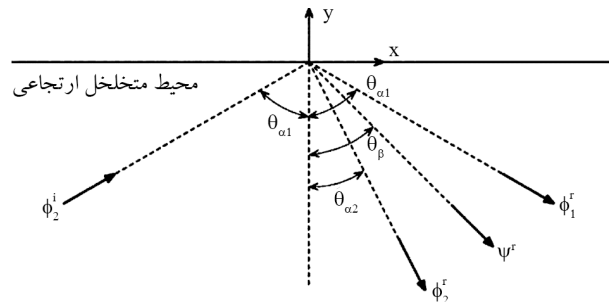
بایوت (۱۹۵۶a,b) به‌عنوان مبدع نظریه متخلخل ارتجاعی نوین، جزء اولین کسانی است که یک پاسخ تبدیل یافته برای تحلیل محیط‌های متخلخل اشباع ارائه داد. این محقق توانست نظریه‌ی انتشار امواج در محیط متخلخل اشباع با رفتار الاستیک را در محدوده فرکانس‌های پایین در محدود صفر تا ۰/۱۵ و خارج از این محدوده برای فرکانس‌های بالا توسعه دهد. همچنین، بایوت (۱۹۵۶) با بهره‌گیری از تئوری متخلخل ارتجاعی در حوزه فرکانس، کاربرد روش را به مسائل ترموالاستیسیته نیز گسترش داد. می و فودا (۱۹۸۱) تنش ناشی از انتشار موج در یک محیط الاستیک متخلخل را بر اساس تئوری خطی بایوت و نظریه محیط‌های چندفازی مورد مطالعه قرار دادند. در تحقیق می و

را تحت امواج مهاجم مایل SV ارزیابی نمودند. در تحقیق سان و همکاران (۲۰۱۶) یک روش اجزای مرزی منفرد برای مسائل متخلخل ارتجاعی دو بعدی ارائه شد. لیو و همکاران (۲۰۱۶) تفرق امواج رایلی توسط یک دره آبرفتی متخلخل ارتجاعی اشباع را با استفاده از روش اجزای مرزی دوبعدی بررسی کردند. در شکل (۷) نتایج حاصل از تحقیق مزبور برای تغییر مکان نقاط سطح دره بر حسب زمان ارائه شده است. چنانچه مشاهده می شود روش اجزای مرزی در حوزه ی فرکانس به خوبی قادر به مدل سازی تفرق و پراکنش امواج در حضور عوارض توپوگرافی می باشد. لیو و همکاران (۲۰۱۹) پراکنندگی امواج الاستیک را در امتداد یک دره سینوسی دوبعدی مورد بررسی قرار دادند. چنانچه در شکل (۸) مشاهده می شود مدل مزبور یک نیم صفحه متخلخل ارتجاعی مشتمل بر شکاف و حفره زیرسطحی می باشد. در تحقیق استیب و رنر (۲۰۱۹) مبانی مکانیک محیط های متخلخل ارتجاعی و برخی مطالعات موجود در این خصوص با نگاه ویژه به روش های حل معادلات، مرور شده است.

### ۳-۲-۴-۲- فضای لاپلاس<sup>۲۶</sup>

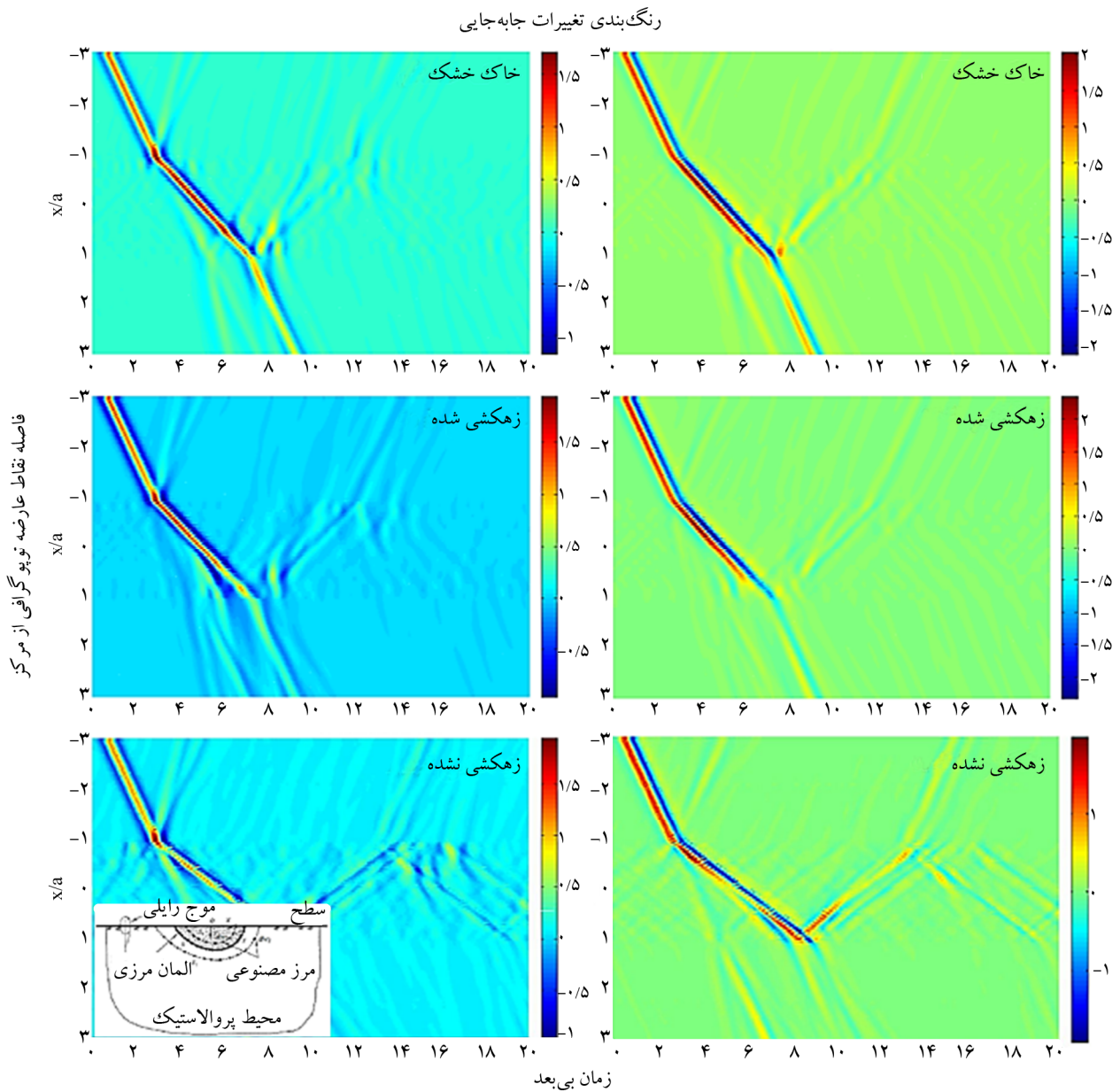
علاوه بر فضای فرکانس، فضای لاپلاس نیز از همان ابتدا بسیار مورد توجه محیط فرمول بندی محققان بوده است. علت این امر آن است که عمدتاً تبدیل معکوس از فضای لاپلاس به زمان ساده تر از فضای فرکانس انجام می شود. این مزیت موجب می شود تا نتایج حوزه ی زمان بهتر حاصل شود. بر این اساس بایوت (۱۹۵۵) از اولین محققانی است که از یک روش مبتنی بر تبدیل لاپلاس در حل مسائل و تحکیم مواد همسان و ناهمسان استفاده کرد. همچنین، بایوت (۱۹۵۶) ضمن توسعه معادلات تغییر شکل یک محیط متخلخل ویسکوالاستیک اشباع، توانست آن را به کمک تبدیلات لاپلاس تحلیل نماید. با بسط روش لاپلاس در توابع حل اساسی، کلیری (۱۹۷۷) توانست اثر یک بار در یک محیط متخلخل ارتجاعی را بررسی نماید. چنگ و لیجت (۱۹۸۴) برای پدیده های فیزیکی مبتنی بر مدل بایوت، یک روش اجزای مرزی در فضای لاپلاس ارائه دادند.

چنانچه در شکل (۶) مشاهده می شود این مؤلفان نشان دادند در صورتی که موج برخوردی به سطح از نوع فشاری (اتساعی) بوده، پس از انعکاس به سه دسته موج شامل دو نوع موج فشاری و یک نوع برشی درون صفحه تجزیه می شود.

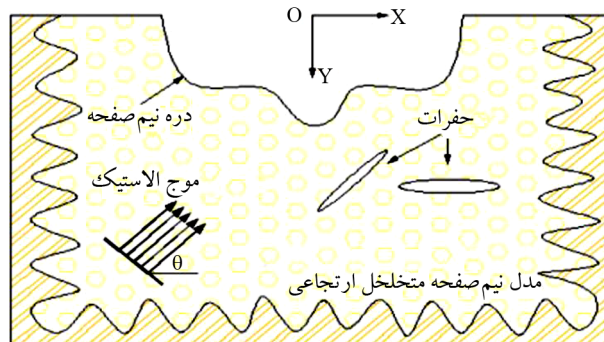


شکل (۶): انعکاس موج درون صفحه پس از برخورد به سطح در یک محیط نیم صفحه متخلخل ارتجاعی. موج برخوردی از نوع فشاری و موج منعکس شده، شامل دو موج فشاری و یک موج برشی می باشد (لین و همکاران، ۲۰۰۵).

لیانگ و همکاران (۲۰۰۶) پراکنندگی امواج SV توسط یک دره لایه ای مستقر در یک محیط نیم صفحه متخلخل ارتجاعی را با استفاده از روش اجزای مرزی غیر مستقیم در حوزه فرکانس مطالعه نمودند. در تحقیق دیگر، از لیانگ و همکاران (۲۰۰۷) با استفاده از روش تحلیلی تابع موج، پراکنش امواج صفحه ای SV را توسط یک حفره دایره ای زیرزمینی ارزیابی نمودند. در تحقیق میلان و دومینگوئیز (۲۰۰۹)، یک مدل هیبرید اجزای مرزی- اجزای محدود برای مطالعه اندرکنش دینامیکی شمع- خاک در محیط متخلخل ارتجاعی نشان داده شد. همچنین، لیانگ و لیو (۲۰۰۹) به بررسی پراکنش امواج با استفاده از منابع موج ساختگی نزدیک به مرز حفره (مشابه شکل ۵) در فضای فرکانس پرداختند. در مطالعه ی عشایری و همکاران (۲۰۰۹) کلیه نظریه های مرتبط با انتشار موج در محیط های متخلخل اشباع جمع بندی شد. دنیوا و همکاران (۲۰۱۲) توانستند مسئله انتشار موج برون صفحه را برای محیط متخلخل ارتجاعی مشتمل بر ناپیوستگی به شکل حفره و ترک نشان دهند. با و همکاران (۲۰۱۳) با توسعه روش اجزای مرزی غیرمستقیم، پاسخ لرزه ای یک دره آبرفتی سه بعدی مستقر در یک نیم فضای لایه ای اشباع



شکل (۷): تفرق امواج ناشی از دره آبرفتی متخلخل ارتجاعی در برابر هجوم امواج رایلی (لیو و همکاران، ۲۰۱۶).



شکل (۸): مدل‌سازی تفرق امواج ناشی از عوارض توپوگرافی سطحی/زیرسطحی دو بعدی مستقر در یک نیم‌صفحه‌ی متخلخل ارتجاعی (لیو و همکاران، ۲۰۱۹).

مختلف ارائه شد. در این راستا ضمن تبیین برخی معادلات دینامیکی حاکم، روابط تنش- کرنش و تئوری بایوت، تحقیقات در دسترس در دو دسته روش‌های تحلیلی/نیمه‌تحلیلی و عددی طبقه‌بندی شد. سپس پژوهش‌های حاضر در هر دسته بر اساس سال ارائه تدوین شده و نتایج حاصل طی یک جمله گزارش شد که برخی از مطالعات مهم به‌اختصار در جدول (۱) جمع‌بندی شده است. با توجه به تخصیص اکثر مطالعات به روش‌های عددی، ادبیات فنی این حوزه با جزئیات بیشتر تقسیم‌بندی شد، به‌نحوی که ابتدا پیشینه‌ی تحقیق روش‌های حجمی و سپس روش‌های مرزی با تکیه دو چندان مرور شد. معادلات انتگرال مرزی، حل‌های اساسی/توابع گرین، اجزای مرزی حوزه‌ی زمان و فرکانس از جمله سرفصل‌هایی بودند که مطالعات روش‌های مرزی بر اساس آن چیدمان و ارائه شدند.

در همین راستا پردلانو (۱۹۸۴) با توسعه تئوری تحکیم بایوت، از روش اجزای مرزی در فضای لاپلاس در تحلیل دینامیکی مسائل مزبور کمک گرفت. در مطالعه‌ی چنگ و دیتورنای (۱۹۸۸) یک روش اجزای مرزی مستقیم برای تحلیل محیط‌های متخلخل ارتجاعی با استفاده از تبدیلات لاپلاس ارائه شد. عشایی و همکاران (۲۰۱۴، ۲۰۱۱، ۲۰۰۸) ضمن ارائه معادلات انتگرال مرزی و حل‌های اساسی دو بعدی و سه‌بعدی محیط متخلخل ارتجاعی غیراشباع در فضای لاپلاس، کلیه نتایج را در فضای زمان با بهره‌گیری از تبدیل معکوس لاپلاس نمایش دادند.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله اهم مطالعات موجود پیرامون تحلیل دینامیکی محیط‌های متخلخل اشباع جمع‌بندی شده و در دسته‌بندی

#### جدول (۱):

##### اهم خلاصه مطالعات

نشست خاک تحت پدیده‌ی تحکیم ایجاد می‌شود که مکانیسم آن با فرآیند فشرده‌سازی سیالات در یک محیط متخلخل بایوت (۱۹۴۱)	الاستیک، همراه است.
با توسعه تئوری متخلخل ارتجاعی، نظریه محیط‌های چندفازی با استفاده از روش میانگین‌گیری در سطح ماکروسکوپی ترسدل و توپین (۱۹۶۰)	برای محیط متخلخل شکل‌پذیر ارائه شد.
این مطالعات که نقطه‌ی بنیادی در خصوص تحلیل محیط‌های متخلخل اشباع به‌حساب می‌آید به ارائه نظریه انتشار امواج بایوت (۱۹۵۶)	تنشی در محیط مزبور در محدوده‌ی فرکانس‌های بالا و پایین پرداخته است.
گرین و نقدی (۱۹۶۵)	یک نظریه دینامیکی جریان برای دو یا چند محیط پیوسته چندگانه ارائه شد که برای مسائل انتشار نیز کاربرد ویژه دارد.
در این مطالعه برخی حل‌های اساسی و کاربرد نظریه الاستیسیته شبه‌استاتیک خطی بایوت برای محیط متخلخل با سیال نفوذی ارائه شد به‌طوری که در مطالعات پیش از آن حل‌های حاصل با فرض ایده‌آل سازی اجزای سیال و جامد غیرقابل تراکم ارائه رابیس و کلری (۱۹۷۶)	شده بود.
هاشمی نژاد و مهدی زاده (۲۰۰۴)	با بهره‌گیری از بسط تابع موج کروی بر مدل کلاسیک بایوت، یک حل بسته در قالب سری‌های نامحدود برای محیط‌های متخلخل ارائه شد.
گتمیری و جباری (۲۰۰۵)	حل‌های اساسی سه‌بعدی یک محیط متخلخل غیراشباع در حوزه‌ی لاپلاس و زمان برای استفاده در روش اجزای مرزی ارائه شد.
هاشمی نژاد و عوض محمدی (۲۰۰۶)	اندرکنش امواج صوتی با محیط پیرامون توسط دو مدل استوانه متخلخل اشباع غوطه‌ور در صوت بررسی شد.
عشایی و همکاران (۲۰۱۴)	در این مقاله حل‌های اساسی حوزه زمان برای محیط متخلخل ارتجاعی غیراشباع دو بعدی ارائه شد.
کمالیان و همکاران (۲۰۱۵)	توابع گرین سه‌بعدی در حوزه‌ی زمان برای مؤلفه‌های تغییر مکان و تنش سطحی در یک محیط متخلخل اشباع تعیین شد.
لیو و همکاران (۲۰۲۲)	یک پاسخ تحلیلی برای یک تونل پوشش‌دار مستقر در نیم‌صفحه متخلخل ارتجاعی در برابر امواج مهاجم P/SV ارائه شد.

**ادامه جدول (۱):**

اهم خلاصه مطالعات		
نظریه انتشار آکوستیک بایوت در محیط متخلخل اشباع با استفاده از روش اجزای محدود مبتنی بر حساب تغییرات قابوسی و ویلسون (۱۹۷۲)	گورتین مدل‌سازی شد.	روش‌های جیمی
دگرانده و روآک (۱۹۹۳)	نوعی فرمولاسیون مرزهای جاذب برای مدل‌سازی انتشار امواج در محیط‌های اشباع متخلخل ارتجاعی ارائه شد.	
لوئیس و شرفلر (۱۹۹۸)	فرمولاسیون اجزای محدود برای محیط متخلخل ارتجاعی با تکیه بر تحلیل مسائل تحکیم ارائه شد.	
ماسون و پراید (۲۰۱۰)	از روش تفاضل محدود برای مدل‌سازی معادلات بایوت استفاده شد.	
پیساکو و پراید (۲۰۱۶)	بر اساس روش المان‌های منفصل، مدل یک محیط متخلخل اشباع ارائه شد.	عددی
غیبی و همکاران (۲۰۲۱)	یک رویکرد محاسباتی جدید تحت عنوان روش اجزای مجزا اصلاح شده برای مدل‌سازی دینامیکی مصالح سیمانی اشباع ارائه شد.	
چنگ و لیجت (۱۹۸۴)	معادلات انتگرال مرزی در فضای لاپلاس برای تحلیل محیط متخلخل ارتجاعی اشباع مبتنی بر مدل بایوت توسعه داده شد.	
برینا (۱۹۸۷)	انتگرال مرزی دو بعدی و سه بعدی حاکم در روش اجزای مرزی را برای حل مسائل تحکیم و نشست آب در خاک ارائه کرد.	
لیو و همکاران (۲۰۱۵)	پراکنندگی امواج SV ناشی از یک دره دوبعدی مستقر در یک نیم‌صفحه متخلخل اشباع با استفاده از روش انتگرال مرزی غیرمستقیم در حوزه فرکانس بررسی شد.	روش‌های مرزی
دمینگوز (۱۹۹۲)	یک رویکرد اجزای مرزی جامع در حوزه فرکانس برای تحلیل دینامیکی مسائل متخلخل ارتجاعی در حوزه فرکانس ارائه شد.	
لیو و همکاران (۲۰۱۹)	روش اجزای مرزی غیرمستقیم برای تحلیل پراکنش موج الاستیک دو بعدی با فرکانس بالا و مقیاس بزرگ در یک محیط ناهمگن متخلخل ارتجاعی اشباع از سیال پیشنهاد شد.	

Ashayeri, I., Kamalian, M., & Jafari, M.K. (2009). Elastic wave propagation in unsaturated soils; theoretical extensions. *Unsaturated Soils. Theoretical and Numerical Advances in Unsaturated Soil Mechanics*, 745-751.

Ashayeri, I., Kamalian, M., Jafari, M.K., & Gatmiri, B. (2011). Analytical 3D transient elastodynamic fundamental solution of unsaturated soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 35(17), 1801-1829.

Ashayeri, I., Kamalian, M., Jafari, M.K., Biglari, M., & Mirmohammad, S.M. (2014). Two-dimensional time domain fundamental solution to dynamic unsaturated poroelasticity. *International Journal of Civil Engineering*, 12(2), 110-133.

Ba, Z., Liang, J., & Mei, X. (2013). 3D scattering of obliquely incident plane SV waves by an alluvial valley embedded in a fluid-saturated, poroelastic layered half-space. *Earthquake Science*, 26(2), 107-116.

Banerjee, P.K., & Morino, L. (2005). *Boundary Element*

چنانچه در جدول (۱) مشاهده می‌شود روش اجزای مرزی از قابلیت مناسب در تحلیل دینامیکی محیط‌های متخلخل اشباع برخوردار می‌باشد؛ بنابراین چند دهه‌ای است که همواره برای تحلیل محیط‌های مزبور مورد استقبال محققان مختلف قرار گرفته است. با توجه به پیچیدگی فرمول‌بندی روش اجزای مرزی در حوزه‌ی زمان از یک سو و عدم توسعه مناسب فرمول‌بندی حوزه‌های تبدیل یافته در تحلیل مسائل مهندسی از سوی دیگر، مؤلفان بر آن شدند ضمن توسعه روش اجزای مرزی در حوزه‌ی فرکانس، از روش مزبور به شکل کاربردی در تحلیل دینامیکی و لرزه‌ای محیط‌های متخلخل پیرامون تدقیق آیین‌نامه بهره بگیرند.

**مراجع**

Ashayeri, I., Kamalian, M., & Jafari, M.K. (2008). Transient boundary integral equation of dynamic unsaturated poroelastic media. In *Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics IV*, 1-12.

- independent fundamental solutions for poro-elastic saturated media. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 27(2), 145-157.
- Chen, J. (1994a). Time domain fundamental solution to Biot's complete equations of dynamic poroelasticity. Part I: two-dimensional solution. *International Journal of Solids and Structures*, 31(10), 1447-1490.
- Chen, J. (1994b). Time domain fundamental solution to biot's complete equations of dynamic poroelasticity Part II: three-dimensional solution. *International Journal of Solids and Structures*, 31(2), 169-202.
- Chen, J., & Dargush, G. (1995). Boundary element method for dynamic poroelastic and thermoelastic analyses. *International Journal of Solids and Structures*, 32(15), 2257-2278.
- Cheng, A.H.D., & Detournay, E. (1988). A direct boundary element method for plane strain poro-elasticity. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 12(5), 551-572.
- Cheng, A.H.D., & Liggett, J.A. (1984). Boundary integral equation method for linear porous-elasticity with applications to fracture propagation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 20(2), 279-296.
- Cheng, A.H.D., & Liggett, J.A. (1984). Boundary integral equation method for linear porous-elasticity with applications to soil consolidation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 20(2), 255-278.
- Cheng, A.H.D., Badmus, T., & Beskos, D.E. (1991). Integral equation for dynamic poroelasticity in frequency domain with BEM solution. *Journal of Engineering Mechanics*, 117(5), 1136-1157.
- Cleary, M.P. (1977). Fundamental solutions for a fluid-saturated porous solid. *International Journal of Solids and Structures*, 13(9), 785-806.
- Coussy, O. (2007). Revisiting the constitutive equations of unsaturated porous solids using a Lagrangian saturation concept. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 31(15), 1675-1694.
- Coussy, O., Dormieux, L., & Detournay, E. (1998). From mixture theory to Biot's approach for porous media. *International Journal of Solids and Structures*, *Methods in Nonlinear Fluid Dynamics*. In Routledge eBooks. doi: 10.4324/9780203975862
- Bedford, A., & Drumheller, D.S. (1983). Theories of immiscible and structured mixtures. *International Journal of Engineering Science*, 21(8), 863-960.
- Biot, M.A. (1941). General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, 12(2), 155-164.
- Biot, M.A. (1955). Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *Journal of Applied Physics*, 26(2), 182-185.
- Biot, M.A. (1956). Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid. *Journal of Applied Physics*, 27(5), 459-467.
- Biot, M.A. (1956). Thermoelasticity and irreversible thermodynamics. *Journal of Applied Physics*, 27(3), 240-253.
- Biot, M.A. (1956a). Theory of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. 1. Low frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28, 168-178.
- Biot, M.A. (1956b). Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2), 179-191.
- Biot, M.A. (1962). Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of Applied Physics*, 33(4), 1482-1498.
- Biot, M.A., & Temple, G. (1972). Theory of finite deformations of porous solids. *Indiana University Mathematics Journal*, 21(7), 597-620.
- Bonnet, G. (1987). Basic singular solutions for a poroelastic medium in the dynamic range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 82(5), 1758-1762.
- Brebbia, C.A. (1987). *Topics in Boundary Element Research*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Brebbia, C.A., & Dominguez, J. (1994). *Boundary elements: an introductory course*. WIT press.
- Burridge, R., & Vargas, C.A. (1979). The fundamental solution in dynamic poroelasticity. *Geophysical Journal International*, 58(1), 61-90.
- Cavalcanti, M.C., & Telles, J.C.F. (2003). Biot's consolidation theory-application of BEM with time

- and Structures, 42(23), 5971-5990.
- Gatmiri, B., & Jabbari, E. (2005). Time-domain Green's functions for unsaturated soils. Part II: Three-dimensional solution. *International Journal of Solids and Structures*, 42(23), 5991-6002.
- Gatmiri, B., & Kamalian, M. (2002). On the fundamental solution of dynamic poroelastic boundary integral equations in the time domain. *The International Journal Geomechanics*, 2(4), 381-398.
- Gatmiri, B., & Van Nguyen, K. (2005). Time 2D fundamental solution for saturated porous media with incompressible fluid. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 21(3), 119-132.
- Ghaboussi, J., & Wilson, E.L. (1972). Variational formulation of dynamics of fluid-saturated porous elastic solids. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 98(4), 947-963.
- Gheibi, S., Agofack, N., & Sangesland, S. (2021). Modified discrete element method (MDM) as a numerical tool for cement sheath integrity in wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 196, 107720.
- Green, A.E., & Naghdi, P. (1965). A dynamical theory of interacting continua. *International Journal of Engineering Science*, 3(2), 231-241.
- Green, A.E., & Naghdi, P.M. (1967). A theory of mixtures. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 24, 243-263.
- Hasheminejad, S.M., & Mehdizadeh, S. (2004). Acoustic radiation from a finite spherical source placed in fluid near a poroelastic sphere. *Archive of Applied Mechanics*, 74(1), 59-74.
- Hasheminejad, S.M., & Avazmohammadi, R. (2006). Acoustic diffraction by a pair of poroelastic cylinders. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Mechanik. Applied Mathematics and Mechanics*, 86(8), 589-605.
- Japón, B.R., Gallego, R., & Domínguez, J. (1997). Dynamic stiffness of foundations on saturated poroelastic soils. *Journal of Engineering Mechanics*, 123(11), 1121-1129.
- Jin, B., & Liu, H. (2001). Dynamic response of a poroelastic half space to horizontal buried loading. *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Engineering*, 35(34-35), 4619-4635.
- Dargush, G.F., & Banerjee, P.K. (1989a). A time domain boundary element method for poroelasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 28(10), 2423-2449.
- Dargush, G.F., & Banerjee, P.K. (1989b). Development of a boundary element method for time-dependent planar thermoelasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 25(9), 999-1021.
- Degrande, G., & De Roeck, G. (1993). An absorbing boundary condition for wave propagation in saturated poroelastic media—Part II: Finite element formulation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 12(7), 423-432.
- Dineva, P., Wuttke, F., & Manolis, G. (2012). Elastic wavefield evaluation in discontinuous poroelastic media by BEM: SH-waves. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 42(3), 75.
- Ding, B., Cheng, A. H.D., & Chen, Z. (2013). Fundamental solutions of poroelastodynamics in frequency domain based on wave decomposition. *Journal of Applied Mechanics*, 80(6).
- Domínguez, J., & Gallego, R. (1996). Boundary element approach to coupled poroelastodynamic problems. In *Mechanics of Poroelastic Media*, 125-142. Dordrecht: Springer Netherlands.
- Dominguez, J. (1991). An integral formulation for dynamic poroelasticity. *Journal of Applied Mechanics. ASME* 58, 588-591.
- Dominguez, J. (1992). Boundary element approach for dynamic poroelastic problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 35(2), 307-324.
- Domínguez, J., Gallego, R., & Japón, B.R. (1997). Effects of porous sediments on seismic response of concrete gravity dams. *Journal of Engineering Mechanics*, 123(4), 302-311.
- Ehlers, W., & Bluhm, J. (Eds.). (2002). *Porous Media: Theory, Experiments and Numerical Applications*. Springer Science & Business Media.
- Eringer, A.C. (1974). *Elastodynamics* (Vol. 2). Рипол Классик.
- Gatmiri, B., & Jabbari, E. (2005). Time-domain Green's functions for unsaturated soils. Part I: Two-dimensional solution. *International Journal of Solids and Structures*, 42(23), 5971-5990.

- Two-dimensional FM-IBEM solution to the broadband scattering of elastic waves in a fluid-saturated poroelastic half-space. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 104, 300-319.
- Liu, Z., Liang, J., & Huang, Y. (2015). The IBIEM solution to the scattering of plane SV waves around a canyon in saturated poroelastic half-space. *Journal of Earthquake Engineering*, 19(6), 956-977.
- Liu, Z., Liang, J., & Wu, C. (2016). The diffraction of Rayleigh waves by a fluid-saturated alluvial valley in a poroelastic half-space modeled by MFS. *Computers & Geosciences*, 91, 33-48.
- Lu, J.F., Jeng, D.S., & Williams, S. (2008a). A 2.5-D dynamic model for a saturated porous medium: Part I. Green's function. *International Journal of Solids and Structures*, 45(2), 378-391.
- Lu, J.F., Jeng, D.S., & Williams, S. (2008b). A 2.5-D dynamic model for a saturated porous medium. Part II: Boundary element method. *International Journal of Solids and Structures*, 45(2), 359-377.
- Maghoul, P., & Gatmiri, B. (2017). Theory of a time domain boundary element development for the dynamic analysis of coupled multiphase porous media. *Journal of Multiscale Modelling*, 8(03n04), 1750007.
- Maghoul, P., Gatmiri, B., & Duhamel, D. (2010). Three-dimensional transient thermo-hydro-mechanical fundamental solutions of unsaturated soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 34(3), 297-329.
- Masson, Y.J., & Pride, S.R. (2010). Finite-difference modeling of Biot's poroelastic equations across all frequencies. *Geophysics*, 75(2), N33-N41.
- Mei, C.C., & Foda, M.A. (1981). Wave-induced responses in a fluid-filled poro-elastic solid with a free surface-a boundary layer theory. *Geophysical Journal International*, 66(3), 597-631.
- Mei, C.C., Si, B.I., & Cai, D. (1984). Scattering of simple harmonic waves by a circular cavity in a fluid-infiltrated poro-elastic medium. *Wave Motion*, 6(3), 265-278.
- Millán, M.A., & Domínguez, J. (2009). Simplified BEM/FEM model for dynamic analysis of structures on piles and pile groups in viscoelastic and poroelastic soils. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, *International Journal of Solids and Structures*, 38(44-45), 8053-8064.
- Kamalian, M., Gatmiri, B., & Sharahi, M.J. (2008). Time domain 3D fundamental solutions for saturated poroelastic media with incompressible constituents. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 24(9), 749-759.
- Kattis, S.E., Beskos, D.E., & Cheng, A.H.D. (2003). 2D dynamic response of unlined and lined tunnels in poroelastic soil to harmonic body waves. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 32(1), 97-110.
- Lewis, R.W., & Schrefler, B.A. (1999). *The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media*. John Wiley & Sons.
- Liang, J., & Liu, Z. (2009). Diffraction of plane SV waves by a cavity in poroelastic half-space. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 8(1), 29-46.
- Liang, J., & Liu, Z. (2009a). Diffraction of plane P waves by a canyon of arbitrary shape in poroelastic half-space (I): Formulation. *Earthquake Science*, 22(3), 215-222.
- Liang, J., & Liu, Z. (2009b). Diffraction of plane P waves by a canyon of arbitrary shape in poroelastic half-space (II): Numerical results and discussion. *Earthquake Science*, 22(3), 223-230.
- Liang, J., Ba, Z., & Lee, V.W. (2007). Diffraction of plane SV waves by an underground circular cavity in a saturated poroelastic half-space. *ISET Journal of Earthquake Technology*, 44(2), 341-375.
- Liang, J., You, H., & Lee, V.W. (2006). Scattering of SV waves by a canyon in a fluid-saturated, poroelastic layered half-space, modeled using the indirect boundary element method. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 26(6-7), 611-625.
- Lin, C.H., Lee, V.W., & Trifunac, M.D. (2005). The reflection of plane waves in a poroelastic half-space saturated with inviscid fluid. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 25(3), 205-223.
- Liu, Q., Yue, C., & Zhao, M. (2022). Scattering of harmonic P1 and SV waves by a shallow lined circular tunnel in a poroelastic half-plane. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 158, 107306.
- Liu, Z., He, C., Wang, H., & Shuaijie, S. (2019).

- a poroelastic half-space. *Journal of Engineering Mechanics*, 123(8), 860-869.
- Predeleanu, M. (1984). Development of boundary element method to dynamic problems for porous media. *Applied Mathematical Modelling*, 8(6), 378-382.
- Psakhie, S.G., Dimaki, A.V., Shilko, E.V., & Astafurov, S.V. (2016). A coupled discrete element-finite difference approach for modeling mechanical response of fluid-saturated porous materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 106(8), 623-643.
- Rice, J.R., & Cleary, M.P. (1976). Some basic stress diffusion solutions for fluid-saturated elastic porous media with compressible constituents. *Reviews of Geophysics*, 14(2), 227-241.
- Rice, J.R., & Simons, D.A. (1976). The stabilization of spreading shear faults by coupled deformation-diffusion effects in fluid-infiltrated porous materials. *Journal of Geophysical Research*, 81(29), 5322-5334.
- Schanz, M. (2001). Application of 3D time domain boundary element formulation to wave propagation in poroelastic solids. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 25(4-5), 363-376.
- Schanz, M. (2012). *Wave Propagation in Viscoelastic and Poroelastic Continua: A Boundary Element Approach (Vol. 2)*. Springer Science & Business Media.
- Schanz, M., & Pryl, D. (2004). Dynamic fundamental solutions for compressible and incompressible modeled poroelastic continua. *International Journal of Solids and Structures*, 41(15), 4047-4073.
- Senjuntichai, T., & Rajapakse, R.K.N.D. (1994). Dynamic Green's functions of homogeneous poroelastic half-plane. *Journal of Engineering Mechanics*, 120(11), 2381-2404.
- Senjuntichai, T., & Rajapakse, R.K.N.D. (1995). Exact stiffness method for quasi-statics of a multi-layered poroelastic medium. *International Journal of Solids and Structures*, 32(11), 1535-1553.
- Sharma, M.D. (1992). Comments on "Lamb's problem for fluid-saturated porous media". *Bulletin of the Seismological Society of America*, 82(5), 2263-2273.
- Soares Jr, D., Telles, J.C.F., & Mansur, W.J. (2006). A time-domain boundary element formulation for the 33(1), 25-34.
- Nguyen, K.V., & Gatmiri, B. (2007). Numerical implementation of fundamental solution for solving 2D transient poroelastodynamic problems. *Wave Motion*, 44(3), 137-152.
- Norris, A.N. (1985). Radiation from a point source and scattering theory in a fluid-saturated porous solid. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 77(6), 2012-2023.
- Panji, M., & Ansari, B. (2017). Transient SH-wave scattering by the lined tunnels embedded in an elastic half-plane. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 84, 220-230.
- Panji, M., & Yasemi, F. (2018). Amplification pattern of the ground surface including underground circular inclusion subjected to incident SH-waves. *Civil Infrastructure Researches*, 3(2), 33-50 (in Persian).
- Panji, M., & Yasemi, F. (2018). Seismic ground response in the presence of underground elliptical soft inclusions subjected to propagating incident SH-waves. *Asas Journal*, 20(51), 64-83 (in Persian).
- Panji, M., Kamalian, M., Marnani, J.A., & Jafari, M.K. (2013). Transient analysis of wave propagation problems by half-plane BEM. *Geophysical Journal International*, 194(3), 1849-1865.
- Panji, M., Mojtazadeh-Hasanlouei, S., & Yasemi, F. (2020). A half-plane time-domain BEM for SH-wave scattering by a subsurface inclusion. *Computers & Geosciences*, 134, 104342.
- Park, K.H., & Banerjee, P.K. (2006). A simple BEM formulation for poroelasticity via particular integrals. *International Journal of Solids and Structures*, 43(11-12), 3613-3625.
- Paul, S. (1976a). On the displacements produced in a porous elastic half-space by an impulsive line load. (Non-dissipative case). *Pure and Applied Geophysics*, 114(4), 605-614.
- Paul, S. (1976b). On the disturbance produced in a semi-infinite poroelastic medium by a surface load. *Pure and Applied Geophysics*, 114(4), 615-627.
- Philippacopoulos, A.J. (1988). Lamb's problem for fluid-saturated, porous media. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 78(2), 908-923.
- Philippacopoulos, A.J. (1997). Buried point source in

*Sciences*, 429(1877), 285-309.

Zienkiewicz, O.C., Chan, A.H.C., Pastor, M., Schrefler, B.A., & Shiomi, T. (1999). *Computational Geomechanics with Special Reference to Earthquake Engineering*. Wiley, Chichester.

### واژه‌نامه

- ۱- محیط‌های متخلخل اشباع Saturated Porous Medium
- ۲- معادلات پخش شدگی Diffusion Equation
- ۳- قانون داریسی Darcy's Law
- ۴- محیط‌های ناهمسان Porous Viscoelastic Anisotropic Solids  
پروویسکوالاستیک
- ۵- دلتای کرونگر Kronecker Delta
- ۶- مدول بایوت Biot Modulus
- ۷- ضریب تنش مؤثر بایوت Biot Effective Stress Coefficient
- ۸- بسط تابع موج Wave Function Expansion
- ۹- توابع مختلط Complex Functions
- ۱۰- سری فوریه Fourier Series Expansion
- ۱۱- بسط تابع هنکل Hankel Function Expansion
- ۱۲- بسط تابع بسل Bessel Function Expansion
- ۱۳- روش المان محدود Finite Element Method (FEM)
- ۱۴- روش تفاضل محدود Finite Difference Method (FDM)
- ۱۵- روش المان‌های مجزاء Discrete Element Method (DEM)
- ۱۶- روش اجزای مجزاء اصلاح شده The Modified DEM
- ۱۷- روش اجزای مرزی مستقیم Direct-BEM
- ۱۸- روش اجزای مرزی غیرمستقیم Indirect-BEM
- ۱۹- معادله انتگرال مرزی Boundary Integral Equation (BIE)
- ۲۰- پاسخ منفرد Singular Solution
- ۲۱- متخلخل الاستیک دینامیکی Porous Elastodynamic
- ۲۲- روش اجزای مرزی حوزه‌ی زمان Time-Domain BEM
- ۲۳- روش اجزای مرزی تبدیل یافته The Transformed BEM
- ۲۴- حوزه‌ی فرکانس Frequency Domain
- ۲۵- روش معادله انتگرال مرزی Singular Boundary Integral Equation Approach  
منفرد
- ۲۶- فضای لاپلاس Laplace Domain

dynamic analysis of non-linear porous media. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 30(5), 363-370.

Steeb, H., & Renner, J. (2019). Mechanics of poroelastic media: a review with emphasis on foundational state variables. *Transport in Porous Media*, 130, 437-461.

Sun, L., Chen, W., & Cheng, A.H.D. (2016). Singular boundary method for 2D dynamic poroelastic problems. *Wave Motion*, 61, 40-62.

Terzaghi, K. (1925). *Principle of Soil Mechanics*. Eng. News Record, A Series of Articles.

Truesdell, C., & Toupin, R. (1960). The classical field theories. In *Handbuch der Physik*, 226-858. doi: 10.1007/978-3-642-45943-6\_2

Wei, C., & Muraleetharan, K.K. (2002). A continuum theory of porous media saturated by multiple immiscible fluids: I. linear poroelasticity. *International Journal of Engineering Science*, 40(16), 1807-1833.

Wilson, R.K., & Aifantis, E.C. (1982). On the theory of consolidation with double porosity. *International Journal of Engineering Science*, 20(9), 1009-1035.

Wiebe, T., & Antes, H. (1991). A time domain integral formulation of dynamic poroelasticity. *Acta Mechanica*, 90(1), 125-137.

Zheng, P., Ding, B.Y., & Zhao, S.X. (2014). Frequency domain fundamental solutions for a poroelastic half-space. *Acta Mechanica Sinica*, 30(2), 206-213.

Zheng, P., Ding, B., Zhao, S. X., & Ding, D. (2013). 3D dynamic Green's functions in a multilayered poroelastic half-space. *Applied Mathematical Modelling*, 37(24), 10203-10219.

Zheng, P., Zhao, S.X., & Ding, D. (2013). Dynamic Green's functions for a poroelastic half-space. *Acta Mechanica*, 224(1), 17-39.

Zienkiewicz, O.C., & Shiomi, T. (1984). Dynamic behaviour of saturated porous media; the generalized Biot formulation and its numerical solution. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 8(1), 71-96.

Zienkiewicz, O.C., Chan, A.H.C., Pastor, M., Paul, D. K., & Shiomi, T. (1990). Static and dynamic behaviour of soils: a rational approach to quantitative solutions. I. Fully saturated problems. Proceedings of the Royal Society of London. A. *Mathematical and Physical*

## A Review on Dynamic Analysis of Linear Saturated Porous Media

Farshid Yasemi<sup>1</sup>, Abbas Eslami<sup>2</sup>, Mehdi Panji<sup>3\*</sup> and Mohsen Kamalian<sup>4</sup>

1. Ph.D. Student, Department of Civil Engineering, Urmia University, Urmia, Iran

2. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Urmia University, Urmia, Iran

3. Associate Professor, Department of Civil Engineering, Zanjan Branch, Islamic Azad university, Zanjan, Iran,

\*Corresponding Author, email: m.panji@iauz.ac.ir

4. Professor, Geotechnical Engineering Research Center, International Institute of Earthquake Engineering and Seismology (IIEES), Tehran, Iran

In this paper, the most important existing studies were reviewed on the dynamic analysis of the saturated porous media. First, a brief evaluation of theoretical expressions, essential equations, and the most important solutions was illustrated for the mentioned problem. Then, by dividing the literature based on various analysis approaches into two categories of analytical/semi-analytical and numerical methods, the available researches were classified in each category to report according to the publication year. In recent decades, by increasing the power of computers besides the development of numerical approaches, researchers were eager to use them for analyzing wave propagation problems as well as predicting the real response of topographic features more than ever. In this regard, modeling of the porous soil media was generally done for the quasi-static analysis of the consolidation phenomenon. However, due to the complexity of the dynamic formulation of porous media, it is very difficult to solve this kind of problem analytically with traditional approaches. Therefore, most of the studies to analyze the elastic porous media based on modern dynamic formulations were done with the help of numerical approaches, in which it became possible to perform the dynamic analysis of wave propagation models in saturated porous media derived from poro-elastodynamic theory. According to the formulation, the numerical methods can be usually divided into two general categories known as the domain and boundary methods. In the common domain methods, such as the finite element method (FEM) and finite difference method (FDM), it was required to discretize the whole body including internal parts of the model, the surrounding boundaries, and defining absorbing boundaries. Although the simplicity of domain methods makes them favorable for analyzing the seismic finite media, the models are complicated because of discretize the whole body and its boundaries at a considerable distance from the desired zone. This issue causes the number of elements as well as the required computational efforts to increase to reach accurate results, especially in a half-space soil medium. On the other side, in boundary methods which are mostly known today as the boundary element method (BEM), by concentrating the meshes only around the boundary of the desired features, the automatic satisfaction of wave radiation conditions at infinity, reducing the volume of input data, and analysis time was remarkably achieved as well. Also, the high accuracy of the obtained results was guaranteed due to the large contribution of analytical processes in solving various problems by BEM. One main feature that made the BEM very interesting for analyzing the poro-elastodynamic problems was its capability to obtain the half-space fundamental solutions by eliminating the meshes of far-field boundaries. This issue made it very comfortable to solve problems related to semi-infinite space. Therefore, the BEM presented a better manner for analyzing infinite/semi-infinite problems. By considering the high importance of boundary methods in analyzing the saturated porous media, the separation of studies was done in more detail in this field concerning its main elements. By reviewing the technical literature, it can be known that boundary methods can be divided into two main categories, direct and indirect approaches. In the direct method, all unknowns of the problem were calculated directly from the boundary integral equation (BIE). However, in the indirect method, it is required to define the estimator functions according to the unknowns of the problems, which results in a simplified BEM formulation. By looking at the recent studies, it is clarified that the BEM was always considered a suitable computational approach for analyzing the saturated porous domains, especially in investigating the seismic surface / subsurface topographies features.

**Keywords:** Boundary Element Method, Analytical and Numerical Methods, Poroelasticity, Topography.